

第二十届全国中学生物理竞赛

决赛试题

一、

5 个质量相等的匀质球，其中 4 个半径均为 a 的球，静止放在半径为 R 的半球形碗内，它们的球心在同一水平面内。另 1 个半径为 b 的球放在 4 球之上。设接触面都是光滑的，试求碗的半径 R 的值满足什么条件时下面的球将相互分离。

二、

一人造地球卫星绕地球做椭圆运动，地心是椭圆的一个焦点，在直角坐标系中，椭圆的轨迹方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

a 、 b 分别是椭圆的长半轴和短半轴，为已知常数。当该人造卫星在轨道的远地点时，突然以很大的能量沿卫星运行方向从卫星上发射出一个质量为 m 的太空探测器，这探测器在地球引力作用下做双曲线运动，此双曲线的焦点位于地心，实半轴的长度正好等于原来椭圆远地点到地心的距离。试问在发射时，给探测器的能量为多大？设地球的质量 m_E 、万有引力常量 G 为已知，不计地球以外星体的影响。

三、

如图所示，金属飞轮具有 n 条辐条，每条辐条长 l ，可绕转轴 OO' 旋转。飞轮处在匀强磁场中，磁场方向与转轴平行，磁感强度为 B 。转轴与飞轮边缘通过电刷与电阻 R 、电感 L 连成闭合回路。飞轮及转轴的电阻和转动过程的摩擦均不计。

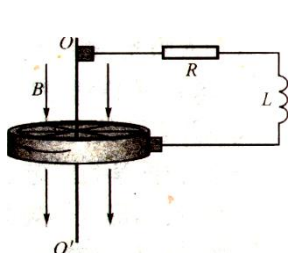
(1) 现用一恒定的外力矩 M 作用于飞轮，使它由静止开始转动，求当飞轮转动达到稳定时，转动角速度 Ω_0 和通过电阻 R 的电流 I_0 。

(2) 在飞轮转速达到稳定后，突然撤去外力矩 M ，则飞轮的角速度 Ω 和通过电阻 R 的电流 I 都将随时间变化。当 R 取不同值时，角速度随时间变化的图线 $\Omega(t)$ 和电流随时间变化的图线 $I(t)$ 将不同。

现给出了 $\Omega(t)$ 图线 6 条（附本题后），各图中都把刚撤去外力矩 M 的时刻作为起始时刻，即 $t=0$ 的时刻，此时刻的角速度 $\Omega=\Omega_0$ ，电流 $I=I_0$ 。角速度 Ω 各图的纵坐标单位相同，电流 I 各图的纵坐标单位相同，各图的时间轴横坐标的单位均相同。试从这些图线中选出可能正确表示飞轮的角速度 Ω 随时间变化的图线 $\Omega(t)$ ，

以及与所选图线对应的最接近正确的电流 I 随时间变化的图线 $I(t)$ 。把你选出的图线 $\Omega(t)$ 与对应的 $I(t)$ 图线在下面的图线符号之间用直的实线连接起来。

注意：只有全部连接正确的才能得满分，连对但不全的可得部分分，有连错的得零分。



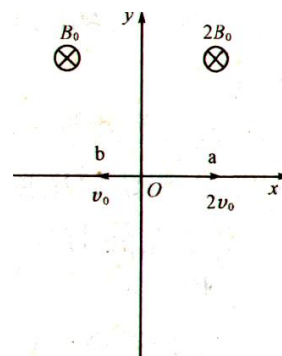
$\Omega-1$
 $\Omega-2$
 $\Omega-3$
 $\Omega-4$
 $\Omega-5$
 $\Omega-6$

$I-A$
 $I-B$
 $I-C$
 $I-D$
 $I-E$
 $I-F$

四、

如图所示， y 轴右边存在磁感强度的 $2B_0$ 的匀强磁场， y 轴左边存在磁感强度为 B_0 的匀强磁场，它们的方

向皆垂直于纸面向里。在原点 O 处，一个带正电的电荷量为 q 、质量为 m 的粒子 a ，在 $t=0$ 时以大小为 $2v_0$ 的初速度沿 x 轴方向运动。在粒子 a 开始运动后，另一质量和电荷量都与 a 相同的粒子 b 从原点 O 以大小为 v_0 的初速度沿负 x 轴方向开始运动。要想使 a 和 b 能在运动过程中相遇，试分析和计算它们出发的时间差的最小值应为多大，并求出与此对应的相遇地点的坐标。设整个磁场区域都处于真空中，且不考虑重力及 a 、 b 两粒子之间相互作用力。



五、

一位近视眼朋友不戴眼镜时，能看清的物体都在距眼睛 $a=20\text{cm}$ 以内。他发现，如果在眼前靠近眼睛处放一个有小圆孔的卡片，通过小圆孔不戴眼镜看远处的物体时也能看得清晰些。

1. 若小圆孔直径为 D ，试根据几何光学原理求出当近视眼直视远处的一点物时，眼的视网膜上产生的光斑的直径。

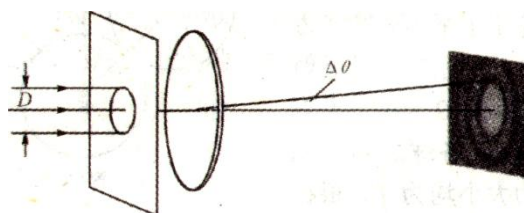
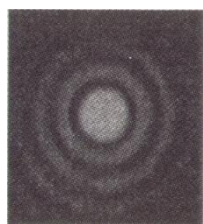
2. 再考虑小圆孔的衍射效应，求小圆孔直径最恰当的大小。计算时可取可见光的平均波长为 600nm 。

提示：1. 人眼是一个结构比较复杂的光学系统，在本题中，可将人眼简化成一个焦距 f 可调的薄透镜和一个可成像的视网膜，透镜的边缘为瞳孔，两侧介质均为空气，视网膜与透镜的距离为 b 。

2. 小圆孔的存在对透镜成像的影响介绍如下：在几何光学中，从远处物点射向透镜的、平行于光轴的平行光束将会聚于透镜的焦点上，这就是像。如果在透镜前放一直径为 D 的小圆孔，则将发生光的衍射，在焦点处像屏上将出现如图所示的衍射图样，其中央是一个明亮的圆斑，圆斑外周是一组亮度逐渐减弱的亮暗相间的同心圆环，由于这些圆环亮度比中央圆斑弱得多，观察时可以不予考虑。中央圆斑的半径对薄透镜中心的张角 $\Delta\theta$ 的大小与 D 有关。理论计算得到

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

式中 λ 是所用光的波长，这圆斑就是有小圆孔时观察到的物点的“像”，如图所示。由上式可见， D 越大，像斑就越小，点物的像就越接近一个点，物体的像越清晰；反之， D 越小，点物的衍射像斑就越大，物体的像就越不清晰。如果观察屏不在焦点处而在焦点附近，屏上将出现类似的衍射图样，其中央亮斑对透镜中心的张角 $\Delta\theta$ 可近似地用上式计算。



六、

设地球是一个半径为 6370km 的球体。在赤道上空离地面 1 千多公里处和赤道共面的圆与赤道形成的环形区域内，地磁场可看作是均匀的，其磁感强度为 $B=3.20 \times 10^{-6}\text{T}$ 。某种带电宇宙射线粒子，其静质量为 $m_0=6.68 \times 10^{-27}\text{kg}$ ，其电荷量为 $q=3.20 \times 10^{-19}\text{C}$ ，在地球赤道上空的均匀地磁场中围绕地心做半径为 $R=7370\text{km}$ 的圆周运动。

已知在相对论中只要作用于粒子的为 F 的方向始终与粒子运动的速度 v 的方向垂直，则运动粒子的质量 m 和加速度 a 与力 F 的关系仍为 $F=ma$ ，但式中的质量 m 为粒子的相对论质量。问：

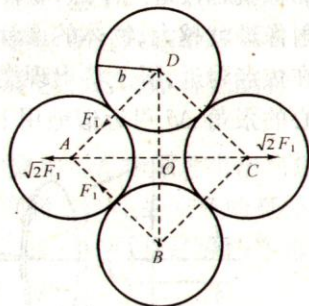
1. 该粒子的动能为多大?
2. 该粒子在圆形轨道上运动时与一个不带电的静质量为 $m_2=4m_0$ 的静止粒子发生碰撞，并被其吸收形成一个复合粒子，试求复合粒子的静质量 m_1 。

第二十届全国中学生物理竞赛决赛题参考答案、评分标准

· 参考解答 ·

一、

设半径为 b 的球放在 4 个球上后, 下面 4 个球的位置未变. 以 m 表示每个球的质量, 下面 4 个球的球心形成一个位于水平面内的正方形 $ABCD$, 俯视图如图决解 20-1-1 所示. O 为正方形对角线的交点, 各球之间的相互作用力大小均为 F_1 . 根据



图决解 20-1-1

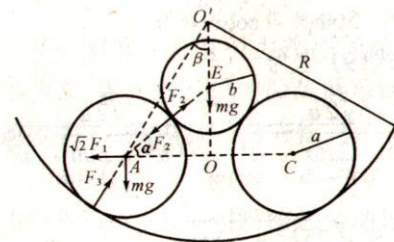
对称性, 并注意接触面都是光滑的, 可知每个球受到相邻两球作用力的合力都为 $\sqrt{2}F_1$, 方向沿对角线.

由几何对称性分析, 可知对角线 AC 、上面球的球心 E 和碗的球心 O' 应在同一竖直平面内, 如图决解 20-1-2 所示. 设上面球与下面每个球的相互作用力的大小均为 F_2 , 对 A 球, F_2 的方向沿球心 A 、 E 连线. 平衡时对半径为 b 的球有

$$mg = 4F_2 \sin \alpha \quad (1)$$

式中 α 是球心连线 AE 与水平线 AC 之间的夹角, 有

$$\cos \alpha = \frac{AO}{AE} = \frac{\sqrt{2}a}{a+b} \quad (2)$$



图决 20-1-2

对于下面每个球, 如球 A , 受到的作用力有重力 mg , B 、 D 两球对它的作用的合力 $\sqrt{2}F_1$, 上面球的作用力 F_2 和碗面的作用力 F_3 . 由于体系对称且接触面光滑, 各力均通过球心 A , F_3 还通过 O' , 平衡时有

$$\sqrt{2}F_1 + F_2 \cos \alpha - F_3 \sin \beta = 0 \quad (3)$$

$$F_3 \cos \beta - mg - F_2 \sin \alpha = 0 \quad (4)$$

式中 β 是 F_3 方向与竖直线的夹角, 有

$$\sin \beta = \frac{AO}{AO'} = \frac{\sqrt{2}a}{R-a} \quad (5)$$

由式(1)可得

$$F_2 = \frac{mg}{4 \sin \alpha} \quad (6)$$

由式(4)和(6)可得

$$F_3 = \frac{5mg}{4 \cos \beta} \quad (7)$$

由式(3)、(6)和(7)可得

$$F_1 = \frac{mg}{4\sqrt{2}} (5 \tan \beta - \cot \alpha) \quad (8)$$

如果 $F_1 \geq 0$, 表示下面的 4 个球相互接触, 4 个球在原来的位置;

如果 $F_1 < 0$, 则下面的 4 个球将相互分离. 当下面的 4 个球分离时, 由式(8) 得

$$5 \tan \beta - \cot \alpha < 0 \quad (9)$$

利用式(2) 和(5), 式(9) 化为

$$\frac{5\sqrt{2}a}{\sqrt{R^2 - 2Ra - a^2}} < \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{b^2 + 2ab - a^2}} \quad (10)$$

解此不等式, 可得

$$R > \sqrt{25b^2 + 50ab - 23a^2} + a \quad (11)$$

即碗的半径 R 满足上式时, 下面的球将分离.

要式(11) 有解, 应有

$$25b^2 + 50ab - 23a^2 \geq 0 \quad (12)$$

即

$$b \geq \left(\frac{4}{5} \sqrt{3} - 1 \right) a \quad (13)$$

由于下面各球距 O 的最小距离为 $(\sqrt{2} - 1)a$, 现上面的球能放在 4 个球的上面, 表明

$$b > (\sqrt{2} - 1)a \quad (14)$$

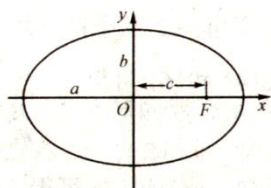
而 $\sqrt{2} > 4\sqrt{3}/5$, 所以只要第 5 个球能够放在 4 个球的上面, 式(12) 一定成立.

二、

探测器在发射前, 是人造地球卫星的一部分, 它与人造地球卫星一起沿同一椭圆轨道运动, 椭圆的长半轴为 a , 短半轴为 b , 椭圆的中心 O 到焦点 F 的距离为 c , 如图决解 20-2-1 所示. 由解析几何知

$$c^2 = a^2 - b^2 \quad (1)$$

探测器发射前的能量就是它做椭圆运动的能量. 设在远地



图决解 20-2-1

点, 探测器的速度为 v_1 , 则发射前探测器的能量为

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{G m_E m}{a + c} \quad (2)$$

由于作用于探测器的万有引力作用线始终通过地心, 引力

对地心的力矩为零, 做椭圆运动的探测器角动量守恒. 若探测器在近地点的速度为 v_2 , 则由角动量守恒, 有

$$m v_1 (a + c) = m v_2 (a - c) \quad (3)$$

万有引力是保守力, 探测器沿椭圆运动过程中机械能守恒.

对于远地点与近地点, 有

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{G m_E m}{a + c} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{G m_E m}{a - c} \quad (4)$$

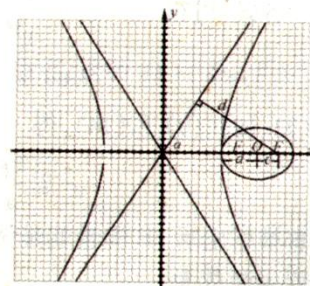
解式(3) 和(4) 得

$$v_1^2 = \frac{G m_E}{a} \frac{a - c}{a + c} \quad (5)$$

把式(5) 代入式(2), 得

$$E_1 = \frac{G m_E m}{2a} \quad (6)$$

探测器射出后, 沿双曲线运动, 该双曲线的顶点与原来的卫星的椭圆轨道的顶点重合, 如图决解 20-2-2 所示. 探测器做双曲线运动的过程中, 角动量守恒, 机械能亦守恒. 设 v_0 为探测器刚弹出时的速度, 也就是在双曲线顶点处的速度, 该点到地心的距离为 $a + c$. 探测器的角动量为 $m v_0 (a + c)$, 当探测器到达无限远处时, 其速度的方向沿双曲线的渐近线, 以 v 表示其速度的大小, d 表示地心到渐近线的距离, 其角动量为



图决解 20-2-2

mv_0 . 根据角动量守恒, 有

$$mv_0(a+c) = mvd \quad (7)$$

探测器在双曲线的顶点的机械能应等于它到达无限远处的机械能, 故有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{Gm_E m}{a+c} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (8)$$

由图决解 20-2-2 可知

$$d = 2(a+c)\sin\alpha \quad (9)$$

若 A 、 B 分别表示双曲线的实半轴和虚半轴, C 表示双曲线中心到地心的距离, 因地心是双曲线的焦点, 根据题给的条件和解析几何, 有

$$A = a + c \quad (10)$$

$$C = 2(a + c) \quad (11)$$

$$B^2 = C^2 - A^2 \quad (12)$$

而

$$\sin\alpha = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (13)$$

由以上各式, 可得

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (14)$$

解式(7)、(8)、(9) 和(14), 得

$$v^2 = \frac{Gm_E}{a+c} \quad (15)$$

探测器被射出后, 其能量就是做双曲线运动时的能量, 故射出后探测器的能量为

$$E_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Gm_E m}{2(a+c)} \quad (16)$$

发射探测器时给探测器的能量为

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad (17)$$

由式(1)、(6) 和(16), 得

$$\Delta E = \frac{Gm_E m}{2a} \frac{2a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} \quad (18)$$

三、

当飞轮的角速度为 Ω 时, 每一辐条中的感应电动势为

$$E = \frac{1}{2}l^2 B\Omega \quad (1)$$

当有电流 I 通过电阻 R 时, 每条辐条中的电流

$$I' = \frac{1}{n}I \quad (2)$$

受到的安培力

$$F' = BlI' \quad (3)$$

安培力对转轴的磁力矩

$$M_B' = \frac{1}{2}lF' \quad (4)$$

作用于整个飞轮的总磁力矩

$$M_B = nM_B' \quad (5)$$

当

$$M = M_B \quad (6)$$

时, 飞轮做匀速转动, 即转动达到稳定, 这时 $\Omega = \Omega_0$, $I = I_0$. 由以上各式得

$$M = \frac{1}{2}Bl^2 I_0 \quad (7)$$

$$E = \frac{1}{2}Bl^2 \Omega_0 \quad (8)$$

由欧姆定律有

$$E = I_0 R \quad (9)$$

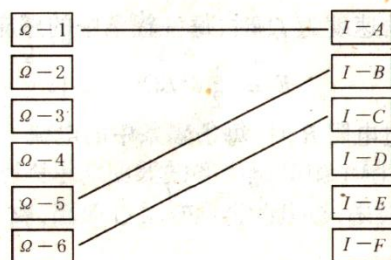
解式(7)、(8) 和(9) 得

$$I_0 = \frac{2M}{l^2 B} \quad (10)$$

$$\Omega_0 = \frac{4MR}{l^4 B^2} \quad (11)$$

可见电阻 R 越大,达到稳定时,飞轮的角速度 Ω_0 越大,而达到稳定时电流 I_0 与 R 无关.

2.



四、

带电荷量为 q 、质量为 m 、初速为 v 的粒子,当它在磁感强度为 B 的匀强磁场中运动时,如果其初速度的方向与磁场方向垂直,由洛伦兹力和牛顿定律可知,它将在磁场中做匀速圆周运动.令 T 和 R 分别表示其周期和轨道半径,则有

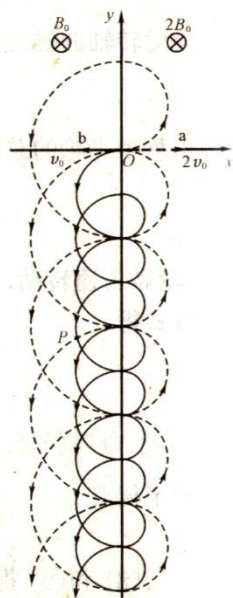
$$qvB = m \frac{v^2}{R} = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (1)$$

由此求得

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (2)$$

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (3)$$

把这些结论用到本题中,可知 a 粒子开始在第一象限中运动(y 轴以右)



图决解 20-4-1

$$T_{ar} = \frac{2\pi m}{q(2B_0)} = \frac{\pi m}{qB_0} \quad (4)$$

$$R_{ar} = \frac{m(2v_0)}{q(2B_0)} = \frac{mv_0}{qB_0} \quad (5)$$

经半个周期(即 $\frac{1}{2}T_{ar}$) 后,进入第二三象限中(y 轴以左),周期和轨道半径变为

$$T_{al} = \frac{2\pi m}{qB_0} \quad (6)$$

$$R_{al} = \frac{2mv_0}{qB_0} \quad (7)$$

以后就按此模式在 xy 平面内沿图决解 20-4-1 中的虚线运动.

同理,粒子 b 开始在三象限(y 轴以左)中运动

$$T_{bl} = \frac{2\pi m}{qB_0} \quad (8)$$

$$R_{bl} = \frac{mv_0}{qB_0} \quad (9)$$

经半个周期(即 $\frac{1}{2}T_{bl}$) 后,进入第四象限(y 轴以右)运动,周期和轨道半径变为

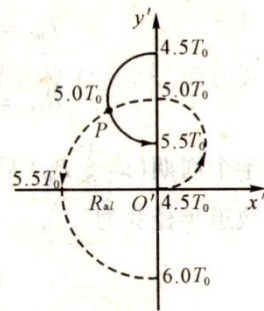
$$T_{br} = \frac{\pi m}{qB_0} \quad (10)$$

$$R_{br} = \frac{mv_0}{2qB_0} \quad (11)$$

以后就按此模式在 xy 平面内沿图决解 20-4-1 的中实线运动.由以上分析可知,只要在右边,不管 a 还是 b ,周期皆为 $T_0 = \pi m/qB_0$;只要在左边,周期皆为 $2T_0$.

由图决解 20-4-1 可见,只有在两轨迹交叉或相切的那些点,才有相遇的可能性.为求得题中所说的时间差的最小值,下面我们先假设,如果 a 、 b 同时开始运动,分析经过哪个交叉或相

切点时两者的时间差最短,则这个时间差就应当等于题中所述的要 a、b 在此交叉或相切点能相遇,两者出发时间的的时间差.为此,结合图决解 20-4-1 分别考查 a、b 的运动,经过分析就可看出,在 $5T_0$ 到 $5.25T_0$ 之间的那个交叉点(图决解 20-4-1 中的 P 点)处, a、b 通过它的时间差最短(在 $5T_0$ 以前和 $5.25T_0$ 以后的那些交叉或相切点, a、b 通过时的时间差都较长).



图决解 20-4-2

为了定量地求出此时间差,取负 y 轴上距原点 O 为 $3R_{al}$ (即 $6R_{bl}$) 处为新的原点 O' ,如图决解 20-4-2 所示.取时间 $t = 5T_0$ 为新的起始计时时刻,对 a 用 $t' = 0$ 表示,对 b 用 $t'' = 0$ 表示.在 y 轴以左 a、b 的周期相同,所以角速度亦相同,以 ω_1 表示 a、b 在 y 轴以左的角速度

$$\omega_1 = \frac{\pi}{T_0} \quad (12)$$

对 a

$$x'_a = R_{al} \cos\left(\omega_1 t' + \frac{\pi}{2}\right) \quad (13)$$

$$y'_a = R_{al} \sin\left(\omega_1 t' + \frac{\pi}{2}\right) \quad (14)$$

对 b

$$x'_b = \frac{R_{al}}{2} \cos(\omega_1 t'' + \pi) \quad (15)$$

$$y'_b = R_{al} + \frac{R_{al}}{2} \sin(\omega_1 t'' + \pi) \quad (16)$$

对 P 点应有

$$x'_a = x'_b \quad y'_a = y'_b \quad (17)$$

由以上各式可解得所求的时间差应为

$$\Delta t = t' - t'' = 0.0802 \frac{\pi m}{qB_0} \quad (18)$$

这个结果说明,如果 a、b 同时出发,则 a 比 b 晚 $0.0802 \frac{\pi m}{qB_0}$ 时间通过 P 点.换成题目的要求,就应当说,要 a、b 相遇,则 b 的出发时间应比 a 晚 $0.0802 \frac{\pi m}{qB_0}$.

由以上各式还可求得 O 点的坐标

$$x_{P'} = -\frac{\sqrt{15}}{8} R_{al} = -0.484 R_{al} = -0.968 \frac{mv_0}{qB_0} \quad (19)$$

$$y_{P'} = -\frac{7}{8} R_{al} = 0.875 R_{al} = 1.75 \frac{mv_0}{qB_0} \quad (20)$$

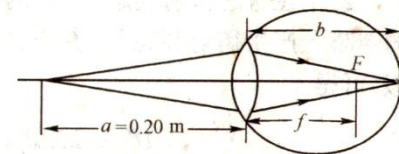
换为 Oxy 坐标系

$$x_P = -0.968 \frac{mv_0}{qB_0} \quad (21)$$

$$y_P = -3R_{al} + \frac{7}{8} R_{al} = -2.125 R_{al} = -4.25 \frac{mv_0}{qB_0} \quad (22)$$

五、

1. 图决解 20-5-1 是近视眼观察能看清的最远的物时的成像光路图.对近视眼,通过眼睛调节,能看清的物到眼睛的最大距离为 a,位于光轴上的物点,将成像在



图决解 20-5-1

视网膜上;离眼睛无限远,位于光轴上的物点,只能成像在焦点 F,在视网膜上是一个光斑,这光斑就是物点在视网膜上的模糊的“像”.如果在眼前靠近眼睛处放一个有小圆孔的卡片,小孔使视网膜上的光斑变小,如图决解 20-5-2 所示.光斑越小,即模糊像点越小,眼睛感觉到的像越清晰.因此,在靠近眼睛处放一

个小于瞳孔的小圆孔会使模糊像斑比由瞳孔决定的模糊像斑小,能看得清晰些。

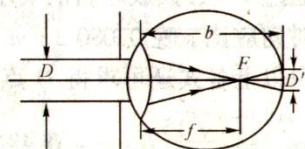
下面计算视网膜上光斑的直径.由图决解 20-5-1,根据透镜公式

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

可求得此时的焦距为

$$f = \frac{ab}{a+b} \quad (2)$$

当眼睛处于图决解 20-5-



图决解 20-5-2

2 状态观察远物时,从光轴上一物点射来的平行光,经过直径为 D 的小孔后将会聚于焦点 F ,在网膜上出现直径为 D' 的光斑,如图决解 20-5-2 所示。

由几何关系和式(2),可得光斑的直径 D'

$$D' = \frac{b-f}{f}D = \frac{b}{a}D \quad (3)$$

由式(3)可知,从几何光学的角度考虑, D 越小, D' 越小。

2. 现在考虑衍射问题.入射的平行光束经小孔后在透镜后的网膜上产生衍射圆斑,设其直径为 D'' ,则根据题给公式的近似,可得

$$D'' = 2b\Delta\theta = 2.44 \frac{\lambda b}{D} \quad (4)$$

由式(4)可知, D 越小, D'' 越大.将使“像点”变得更为模糊.所以不能用太小的圆孔.最恰当的圆孔直径 D 的大小应使视网膜上几何光学模糊光斑和衍射光斑一样大,即

$$D' = D'' \quad (5)$$

此时“像”最为清晰.设此时小孔的直径为 D_0 ,则有

$$\frac{b}{a}D_0 = 2.44 \frac{\lambda b}{D_0} \quad (6)$$

$$D_0 = \sqrt{2.44\lambda a} \quad (7)$$

以 $\lambda = 600 \times 10^{-9} \text{ m}$ 、 $a = 0.20 \text{ m}$ 代入得

$$D_0 = 0.54 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (8)$$

六、

1. 设带电宇宙射线粒子速度为 v ,在地磁场的洛伦兹力作用下做圆周运动,其运动方程为

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

式中 m 为运动粒子的相对论质量,与静止质量的关系为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2)$$

该粒子的动能

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 \quad (3)$$

由式(1)可求得

$$v = \frac{qBRc}{\sqrt{q^2B^2R^2 + m_0^2c^2}} \quad (4)$$

代入数据得

$$v = 2.90 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (5)$$

由式(2)、(3)得

$$E_k = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \quad (6)$$

代入数据,注意到式(5),得

$$E_k = 1.74 \times 10^{-9} \text{ J} \quad (7)$$

2. 用 p 、 E 分别表示宇宙射线粒子的动量和能量,有

$$p = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8)$$

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (9)$$

设复合粒子的速度为 v_1 , 动量和能量分别为 p_1 和 E_1 , 有

$$p_1 = \frac{m_1 v_1}{\sqrt{1 - v_1^2 / c^2}} \quad (10)$$

$$E_1 = \frac{m_1 c^2}{\sqrt{1 - v_1^2 / c^2}} \quad (11)$$

粒子复合过程中动量、能量守恒, 有

$$p_1 = p \quad (12)$$

$$E_1 = E + m_2 c^2 \quad (13)$$

由以上各式及已知条件 $m_2 = 4m_0$, 得

$$v_1 = \frac{v}{1 + 4\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \quad (14)$$

把式 (5) 代入式 (14), 得

$$v_1 = 1.43 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (15)$$

由式 (9)、(11) 和 (13) 得

$$m_1 = \frac{m_0 \sqrt{1 - v_1^2 / c^2}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} + m_2 \sqrt{1 - v_1^2 / c^2} \quad (16)$$

由式 (5)、(15) 和有关数据得

$$m_1 = 46.4 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (17)$$