

28 届全国中学生物理竞赛决赛试题

一、(15 分)

在竖直面内将一半圆形光滑导轨固定在 A、B 两点，导轨直径 $AB=2R$ ，AB 与竖直方向间的夹角为 60° ，在导轨上套一质量为 m 的光滑小圆环，一劲度系数为 k 的轻而细的光滑弹性绳穿过圆环，其两端系与 A、B 两点，如图所示。当圆环位于 A 点正下方 C 点时，弹性绳刚好为原长。现将圆环从 C 点无初速度释放，圆环在时刻 t 运动到 C' 点，C'O 与半径 OB 的夹角为 θ ，重力加速度为 g 。试求分别对下述两种情形，求导轨对圆环的作用力的大小：(1) $\theta=90^\circ$ ；(2) $\theta=30^\circ$ 。

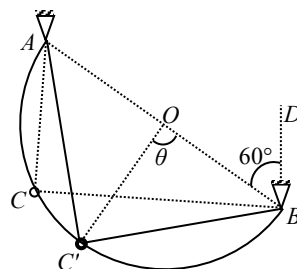


图 28 决—1

二、(15 分)

如图所示，在水平地面上有一质量为 M 、长度为 L 的小车，车内两端靠近底部处分别固定两个弹簧，两弹簧位于同一直线上，其原长分别为 l_1 和 l_2 ，劲度系数分别为 k_1 和 k_2 ；两弹簧的另一端分别放着一质量为 m_1 、 m_2 的小球，弹簧与小球都不相连。开始时，小球 1 压缩弹簧 1 并保持整个系统处于静止状态，小球 2 被锁定在车底板上，小球 2 与小车右端的距离等于弹簧 2 的原长。现无初速释放小球 1，当弹簧 1 的长度等于其原长时，立即解除对小球 2 的锁定；小球 1 与小球 2 碰撞后合为一体，碰撞时间极短。已知所有接触都是光滑的；从释放小球 1 到弹簧 2 达到最大压缩量时，小车移动距离 l_3 。试求开始时弹簧 1 的长度 l 和后来弹簧 2 所达到的最大压缩量 Δl_2 。

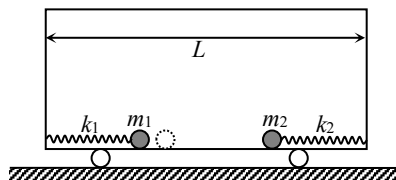


图 28 决—2

三、(20 分)

某空间站 A 绕地球作圆周运动，轨道半径为 $r_A=6.73\times 10^6\text{m}$ 。一人造地球卫星 B 在同一轨道平面内作圆周运动，轨道半径为 $r_B=\frac{3}{2}r_A$ ，A 和 B 均沿逆时针方向运行。现从空间站上发射一飞船（对空间站无反冲）前去回收该卫星，为了节省燃料，除了短暂的加速或减速变轨过程外，飞船在往返过程中均采用同样形状的逆时针椭圆转移轨道，作无动力飞行。往返两过程的椭圆轨道均位于空间站和卫星的圆轨道平面内，且近地点和远地点都分别位于空间站和卫星的轨道上，如图所示。已知地球半径为 $R_e=6.38\times 10^6\text{m}$ ，地球表面重力加速度为 $g=9.80\text{m/s}^2$ 。试求：

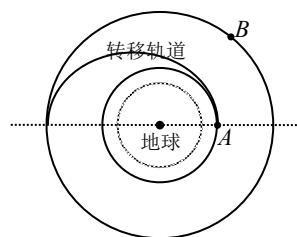


图 28 决—3

已知地球半径为 $R_e=6.38\times 10^6\text{m}$ ，地球表面重力加速度为 $g=9.80\text{m/s}^2$ 。试求：

- (1) 飞船离开空间站 A 进入椭圆转移轨道所必须的速度增量 Δv_A ，若飞船在远地点恰好与卫星 B 相遇，为了实现无相对运动的捕获，飞船所需的速度增量 Δv_A 。
- (2) 按上述方式回收卫星，飞船从发射到返回空间站至少需要的时间，空间站 A 至少需要绕地球转过的角度。

四、(15 分)

摩尔质量为 μ 的某种理想气体，从左向右流过一内壁光滑的长直水平绝热导管，导管内横截面的面积为 S ，一摩尔绝对温度为 T 的该气体的内能为 $\frac{5}{2} RT$ ，式中 R 为普适气体常量。

(1) 将一加热装置固定放置在管得中部，以恒定功率 W 给气体加热，如图 (a) 所示。假设该装置对气流的阻力可以忽略，当气流稳定后，管中气体虽然在加热装置附近的状态不均匀，但随着与加热装置距离的增加而逐渐趋于均匀。在加热装置左边均匀稳流区域中，气体的压强为 p_0 ，温度为 T_0 ，向右流动的速度为 v_0 。已知加热装置右边均匀稳流区域中气体的压强为 p_1 ，试求该区域气体的温度 T_1 。

(2) 现将管中的加热装置换成一多孔塞，如图 (b) 所示。在气流稳定后，多孔塞左边气体的温度和压强分别为 T_0 和 p_0 ，向右流动的速度为 v_0 ；多孔塞右边气体的压强为 p_2 ($p_2 < p_0$)。假设气体在经过多孔塞的过程中与多孔塞没有任何形式的能量交换，求多孔塞右边气体的流速 v_2 。

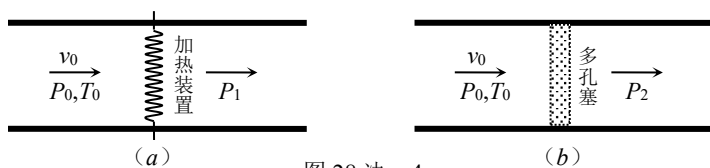


图 28 决—4

五、(15 分)

如图所示，一个三棱镜 ABC 的顶角 α 小于 90° 。假设光线在纸面内以任意入射角入射到 AB 面上的 D 点，经一次折射后，又入射到 AC 面上，且能在 AC 面上发生全反射。已知光线在 AC 面上发生全反射的临界角为 θ ($\theta < 45^\circ$)， AC 边足够长。试求下列两种情形下分别求三棱镜顶角 α 的取值范围：

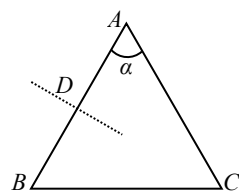


图 28 决—5

- (1) 如果光线仅从 AB 面上法线的下方入射；
- (2) 如果光线仅从 AB 面上法线的上方入射。

六、(20 分)

一电荷量为 q 的点电荷产生的电场在距离它为 r 处的电场强度的大小为 $E = k_e \frac{q}{r^2}$ ，式中 k_e 为常量；一条长直导线中通有电流 i 时，它产生的磁场在与导线相距为 r (远小于长直导线的长度) 处的磁感应强度的大小为 $B = k_m \frac{2i}{r}$ ，式中 k_m 也为常量。

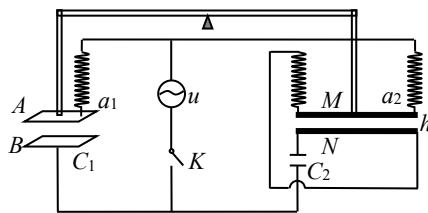


图 28 决—6

上述两常量比值的平方根 $\sqrt{\frac{k_e}{k_m}}$ 可用如图所示的实验装置，通过低频 (约几百赫兹) 的电场和磁场来测定。图中 A 、 B 表示水平放置的、电容为 C_1 的平行板电容器的极板，极板为正方形，边长为 a_1 (极板间距远小于 a_1)。极板 B 固定，极板 A 悬挂在天平臂一端的挂钩上， M 、 N 为两根水平放置的平行长直金属细杆，长度均为 a_2 ，两杆间的距离为 h ($h \ll a_2$)。杆 N 固定，杆 M 悬挂于天平臂的另一挂钩上。 C_2 为一个已知电容器的电容， K 是电键。交流电源的电压 u 与时间 t 的关系为 $u = U_0 \cos 2\pi f t$ ，其中 f 表示交流电的频率。各部分通过导线如图链接。已知在电键 K 打开时，天平已调节至平衡。接通电源后，天平将失去平衡。通过

调节交流电源的频率, 可使天平重新达到平衡 (注意: 天平具有惯性, 实际上是交流电的平均效果使天平平衡), 试求 $\sqrt{\frac{k_c}{k_m}}$ 的表达式。【图中的双线可视为刚性绝缘杆, 单线视为导线, 曲线表示柔软无质量的导线。不考虑电场、磁场的边缘效应。不考虑导线磁场对 M 和 N 的影响。】

七、(20 分)

两个劲度系数均为 k 的相同的轻质金属弹簧, 上端固定在水平绝缘横杆上, 竖直下垂, 下端与一质量为 m 的匀质刚性金属杆连接, 金属杆的长度为 l , 杆长与两弹簧的间距相等。将金属杆置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 磁场方向垂直于纸面向内。杆、弹簧和交流电源 u 构成一闭合电路, 金属杆和弹簧的电阻可忽略; 且回路电流的磁场远弱于外磁场 B , 如图(a)所示。在图(b)中, 一电感和一电容并连后接到同样地交流电源 u 上。若在图所示的两回路中, 在任何时刻, 通过电源的电流都一样。试将图(b)中的电容 C 和电感 L 用图(a)中的装置的已知参量表示。

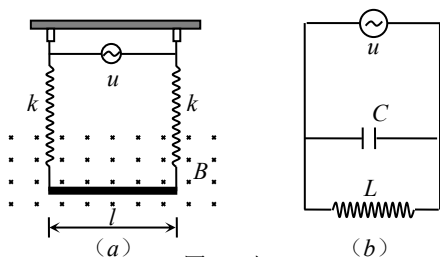


图 28 决—7

八、(20 分)

朱棣文等三位科学家因成功实现中性原子的磁光俘获而获得了 1997 年诺贝尔物理学奖。对以下问题的研究有助于理解磁光俘获的机理 (注意: 本问题所涉及的原子的物理特性参数, 实际上都是在对大量原子或同一原子的多次同类过程进行平均的意义上加以理解的)。

(1) 已知处于基态的某静止原子对频率为 ν_0 的光子发生共振吸收, 并跃迁到它的第一激发态, 如图(a)所示。然而, 由于热运动, 原子都处于运动中。假设某原子一速度 v_0 运动, 现用一束激光迎头射向该原子, 问恰能使该原子发生共振吸收的激光频率 ν 为多少? 经过共振吸收, 该原子的速率改变多少? ($h\nu_0 \ll mc^2$, m 是原子质量, $h=6.63 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$)

(2) 原子的共振吸收是瞬时的, 但跃迁到激发态的原子一般不会立即回到基态, 而会在激发态滞留一段时间, 这段时间称为该能级的平均寿命。已知所考察原子的第一激发态的平均寿命为 τ 。若该原子能对迎头射来的激光接连发生共振吸收, 且原子一旦回到基态, 便立即发生共振吸收, 如此不断重复, 试求该原子在接连两次刚要发生共振吸收时刻之间的平均加速度。注意: 原子从激发态回到基态向各个方向发射光子的机会均等, 由于碰撞频率极高, 因而由此而引起原子动量改变的平均效果为零。

(3) 设所考察的原子以初速度 v_0 沿 z 轴正向运动, 一激光束沿 z 轴负向迎头射向该原子, 使它发生共振吸收。在激光频率保持不变的条件下, 为了使该原子能通过一次接着一次的共振吸收而减速至零, 为此可让该原子通过一非均匀磁场 $B(z)$, 实现原子的磁光俘获, 如图(c)所示。由于处于磁场中的原子与该磁场会发生相互作用, 从而改变原子的激发态能量, 如图(b)所示。当磁感应强度为 B 时, 原来能量为 E 的能级将变为 $E + \Delta E$, 其中 $\Delta E = \mu B$, μ 是已知常量。试求磁感应强度 B 随 z 变化的关系式。

(4) 设质量为 $m=1.0 \times 10^{-26} \text{kg}$ 的锂原子初速度 $v_0=1.2 \times 10^3 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 静止时的共振吸收频率

为 $\nu_0=4.5\times 10^{14}\text{Hz}$ ，第一激发态的平均寿命 $\tau=5.3\times 10^{-8}\text{s}$ 。为使所考察的原子按（3）中所描述的过程减速为零，原子通过的磁场区域应有多长？

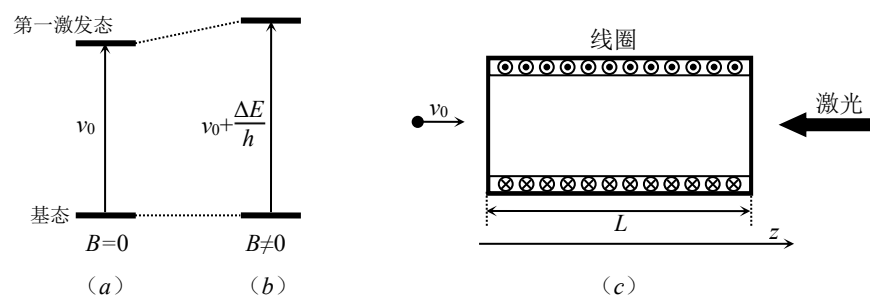


图 28 决—8