

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

2ª FASE – 11 de setembro de 2010

Nível **2**

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

“Liberdade é uma palavra que o sonho humano alimenta, não há ninguém que explique e ninguém que não entenda.”

Cecília Meireles

Homenagem da OBMEP à grande poetisa brasileira Cecília Meireles.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Um “matemágico” faz mágicas com cartões verdes, amarelos, azuis e vermelhos, numerados de 1 a 13 para cada cor. Ele mistura os cartões e diz para uma criança: “Sem que eu veja, escolha um cartão, calcule o dobro do número desse cartão, some 3 e multiplique o resultado por 5. Depois

- some 1, se o cartão for verde;
- some 2, se o cartão for amarelo;
- some 3, se o cartão for azul;
- some 4, se o cartão for vermelho.

Diga-me o resultado final e eu lhe direi a cor e o número do cartão que você escolheu.”



a) Joãozinho escolheu o cartão vermelho com o número 3. Qual é o número que ele deve dizer ao matemágico?

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Mariazinha disse “Setenta e seis” para o matemágico. Qual é o número e a cor do cartão que ela escolheu?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Após escolher um cartão, Pedrinho disse “Sessenta e um” e o matemágico respondeu “Você errou alguma conta”. Explique como o matemágico pôde saber isso.

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

2. Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210.

a) Quantos desses cartões têm um número que é múltiplo de 3?

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Quantos desses cartões têm um número par que não é múltiplo de 3?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Qual é o menor número de cartões que Catarina deve pegar, ao acaso, para ter certeza de que 2 ou 3 seja divisor comum dos números escritos em pelo menos dois dos cartões selecionados?

Correção
Regional

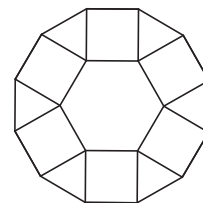
Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

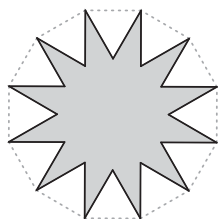
3. A figura mostra um dodecágono regular decomposto em seis triângulos equiláteros, seis quadrados e um hexágono regular, todos com lados de mesma medida.



a) Se cada triângulo da figura tem área igual a 1 cm^2 , qual é a área do **hexágono**?

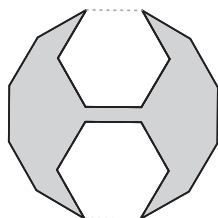
Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

b) A figura abaixo foi obtida retirando doze triângulos equiláteros de um dodecágono regular cujo lado mede 1 cm . Qual é a área dessa figura?



Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) A figura abaixo foi obtida retirando dois hexágonos regulares de um dodecágono regular cujo lado mede 1 cm . Qual é a área dessa figura?



Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

4. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é $5 + 8 + 2 = 15$ e a soma dos números da segunda coluna é $9 + 7 + 8 = 24$. Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
15	24	6	

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Juliana quer dar a cada uma das 26 letras $A, B, C, D, \dots, W, X, Y, Z$ do alfabeto um valor numérico diferente de zero, de tal modo que $A \times C = B$, $B \times D = C$, $C \times E = D$, e assim por diante, até $X \times Z = Y$.

a) Se Juliana der a A e B os valores 5 e 7, respectivamente, quais serão os valores de C , D e E ?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Mostre que $G = A$, quaisquer que sejam os valores que Juliana der para A e B .

Correção
RegionalCorreção
Nacional

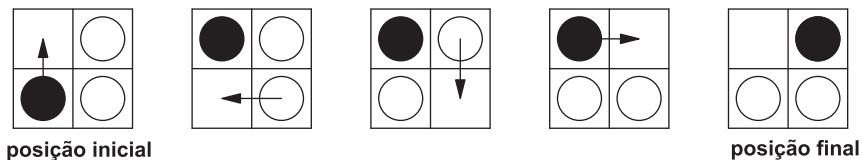
c) Se Juliana der valores para A e B tais que $A \times B = 2010$, qual será o valor do produto $A \times B \times C \times D \times \dots \times W \times X \times Y \times Z$?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

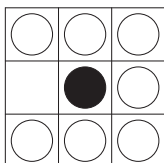
Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. No jogo *Arrasta Um* usa-se um tabuleiro quadriculado e peças redondas, uma preta e as outras brancas. Coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro, exceto em uma que é deixada vazia. Um *movimento* consiste em deslocar para a casa vazia a peça de uma casa adjacente. O jogo termina quando a peça preta chega ao canto superior direito do tabuleiro. Veja um exemplo de como terminar o *Arrasta Um* em quatro movimentos em um tabuleiro 2×2 .



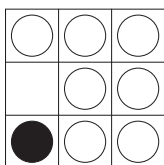
Esta sequência de movimentos pode ser descrita por $(\uparrow, \leftarrow, \downarrow, \rightarrow)$.

a) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em seis movimentos no tabuleiro 3×3 abaixo.



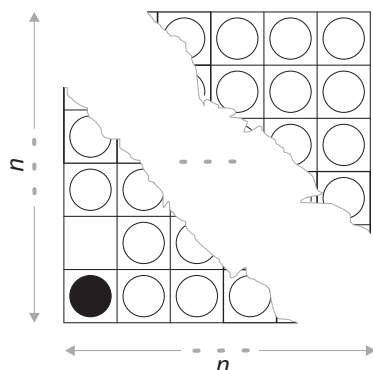
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em dez movimentos no tabuleiro 3×3 abaixo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Mostre que em um tabuleiro $n \times n$, como na figura, é possível terminar o *Arrasta Um* em $6n - 8$ movimentos.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

R A S C U N H O