



Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

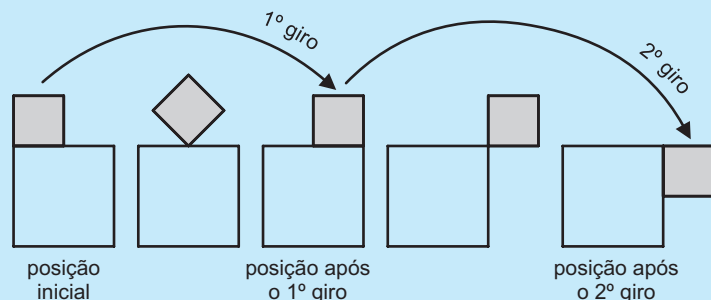
(A) ● (B) (C) (D) (E)

5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande satisfação que preparamos essa nova edição da OBMEP e que podemos contar com a sua participação, de seus professores e de sua escola. Desejamos que você se divirta buscando as soluções das questões dessa prova e que ela sirva de estímulo para que você goste cada vez mais de Matemática.



1. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.

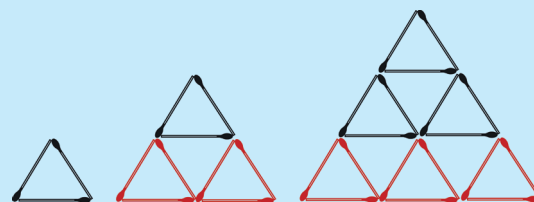


Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

2. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos tem um lado desse triângulo?

- A) 6
B) 7
C) 8
D) 9
E) 10

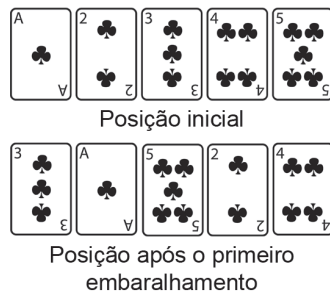


3. Júlio escreveu todos os números de 1 a 1000. Depois ele apagou o número 3 e, em ordem crescente, prosseguiu apagando os números que eram soma de dois números não apagados. Quantos números restaram quando Júlio terminou a tarefa?

1 2 ~~3~~ 4 ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ ...

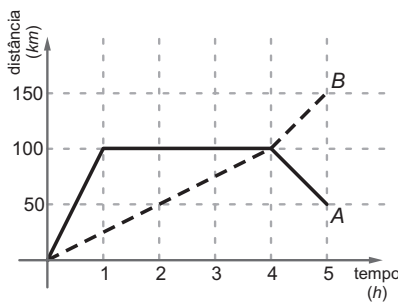
- A) 333
B) 335
C) 337
D) 340
E) 345

4. Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?



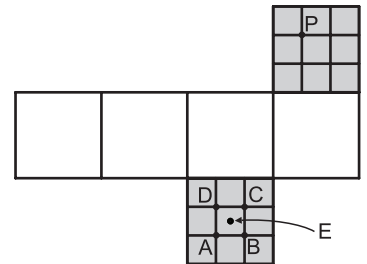
- A) B) C)
D) E)

5. Dois carros A e B partem de Quixajuba, ao mesmo tempo, pela estrada que vai para Pirajuba. No gráfico ao lado, a linha contínua e a linha pontilhada representam, respectivamente, a distância de A e B a Quixajuba, ao longo da estrada, em função do tempo. Qual dos gráficos abaixo representa a distância entre os dois carros, ao longo da estrada, em função do tempo?



- A)
B)
C)
D)
E)

6. Dois pontos na superfície de um cubo são opostos se o segmento de reta que os liga passa pelo centro do cubo. Na figura vemos uma planificação de um cubo, na qual as faces destacadas em cinzento foram divididas em nove quadradinhos iguais. Quando o cubo for montado, qual será o ponto oposto ao ponto P?



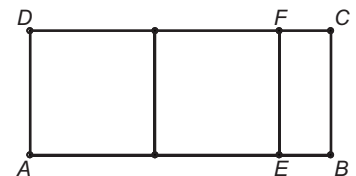
- A) A
B) B
C) C
D) D
E) E

7. Quantas vezes 17^2 deve aparecer dentro do radicando na igualdade $\sqrt{17^2 + 17^2 + \dots + 17^2} = 17^2 + 17^2 + 17^2$ para que ela seja verdadeira?

- A) 9
B) 51
C) 289
D) 861
E) 2601

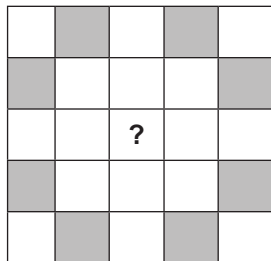
8. A figura mostra um retângulo $ABCD$ decomposto em dois quadrados e um retângulo menor $BCFE$. Quando $BCFE$ é semelhante a $ABCD$, dizemos que $ABCD$ é um retângulo

de prata e a razão $\frac{AB}{AD}$ é chamada razão de prata. Qual é o valor da razão de prata?



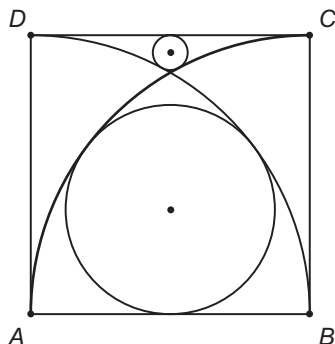
- A) 1
B) $\sqrt{2}$
C) $1 + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{3}$
E) $1 + \sqrt{3}$

9. No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?



- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17

10. Na figura, $ABCD$ é um quadrado de lado 1 e os arcos $\widehat{BD}$ e $\widehat{AC}$ têm centros A e B , respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual é a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?

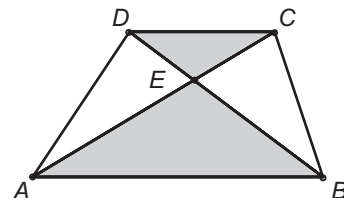


- A) 4,5
- B) 5
- C) 5,5
- D) 6
- E) 6,5

11. Dois trens viajam com velocidades constantes. Em comparação com o trem mais rápido, o trem mais lento demora 5 minutos a mais para percorrer 6 km e, num intervalo de 20 minutos, percorre 4 km a menos. Qual é a velocidade, em quilômetros por hora, do trem mais rápido?

- A) 21
- B) 27
- C) 30
- D) 33
- E) 36

12. A figura mostra um trapézio $ABCD$ de bases AB e CD ; o ponto E é o ponto de encontro de suas diagonais. Os triângulos ABE e CDE têm áreas a e b , respectivamente. Qual é a área do trapézio?



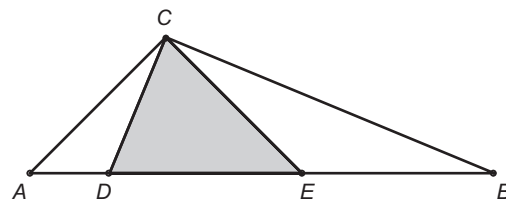
- A) $2(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- B) $\frac{3}{2}(a+b)$
- C) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- D) $2(a+b)$
- E) $\sqrt{ab}$

13. Para fazer várias blusas iguais, uma costureira gastou R\$ 2,99 para comprar botões de 4 centavos e laços de 7 centavos. Ela usou todos os botões e laços que comprou. Quantas blusas ela fez?

- A) 2
- B) 5
- C) 10
- D) 13
- E) 23

14. Na figura, os segmentos AC , CE e EB têm o mesmo comprimento, os ângulos $\widehat{ACE}$ e $\widehat{BCD}$ são retos e a área do triângulo CDE é 1. Qual é a área do triângulo ABC ?

- A) $\sqrt{2}$
- B) 2
- C) $\sqrt{2} + 1$
- D) $2\sqrt{2}$
- E) 3



15. Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

- A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
- B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
- C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
- D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
- E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.

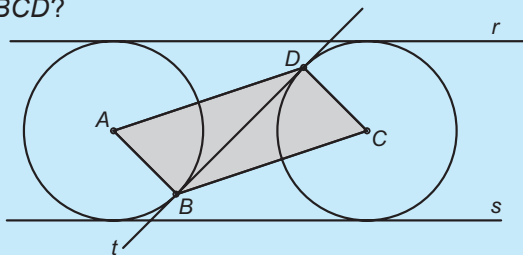


16. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
- B) Pedro é marido de Cláudia.
- C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
- D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.
- E) Vitor é marido de Bianca.

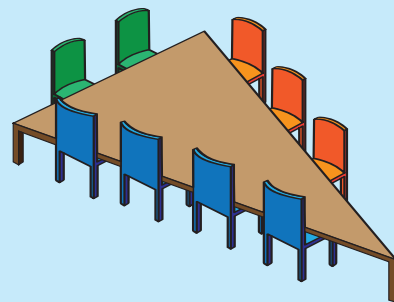
17. Na figura, as retas r e s são paralelas e a distância entre elas é 2 cm. A reta t forma um ângulo de 45° com a reta r . Os círculos com centro em A e C tangenciam a reta t nos pontos B e D , respectivamente, e tangenciam as retas r e s . Qual é a área, em centímetros quadrados, do quadrilátero $ABCD$?

- A) $\sqrt{2}$
- B) 2
- C) $1 + \sqrt{2}$
- D) $2\sqrt{2}$
- E) 3



18. Seis amigos, entre eles Alice e Bernardo, vão jantar em uma mesa triangular, cujos lados têm 2, 3 e 4 lugares, como na figura. De quantas maneiras esses amigos podem sentar-se à mesa de modo que Alice e Bernardo fiquem juntos e em um mesmo lado da mesa?

- A) 288
- B) 6720
- C) 10080
- D) 15120
- E) 60480



19. André partiu de Pirajuba, foi até Quixajuba e voltou sem parar, com velocidade constante. Simultaneamente, e pela mesma estrada, Júlio partiu de Quixajuba, foi até Pirajuba e voltou, também sem parar e com velocidade constante. Eles se encontraram pela primeira vez a 70 km de Quixajuba e uma segunda vez a 40 km de Pirajuba, quando ambos voltavam para sua cidade de origem. Quantos quilômetros tem a estrada de Quixajuba a Pirajuba?

- A) 120
- B) 145
- C) 150
- D) 170
- E) 180

20. Pedro vai participar de um programa de prêmios em que há uma urna contendo quatro bolas com valores diferentes e desconhecidos por ele, que serão sorteadas uma a uma até que ele decida ficar com uma delas. Ele observa o valor das duas primeiras bolas sorteadas e as descarta. Se o valor da terceira bola sorteada for maior que os das duas primeiras, ele ficará com ela e, caso contrário, ficará com a bola que restou. Qual é a probabilidade de Pedro ficar com a bola de maior valor?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{3}{8}$
- D) $\frac{5}{12}$
- E) $\frac{1}{2}$