

10^W₂^π₁⁷₃⁰₇ Anos
Somando novos talentos para o Brasil

Nível
Fundamental **2**
Abril de 2014

2ª FASE – 13 de setembro de 2014

Telephone (outro)

www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

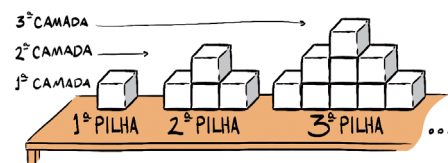
Boa prova!

[illegible]

Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**

Ministério da
Educação

1. Pedro constrói uma sequência de pilhas com cubinhos de tamanhos iguais. Ele começa com um único cubinho. As pilhas são construídas sempre de forma triangular, a partir da anterior, aumentando-se dois cubinhos em cada camada e colocando-se um cubinho no topo. Na figura, estão representadas as três primeiras pilhas da sequência. Observe que na primeira camada da terceira pilha há cinco cubinhos.



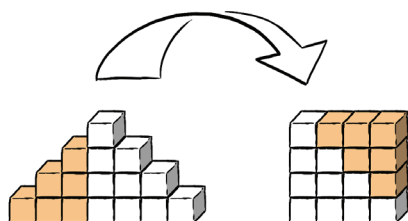
a) Quantos cubinhos deverá ter a primeira camada da quinta pilha?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Quantos cubinhos deverá ter a primeira camada da 2014ª pilha?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Pedro observou que podia transformar qualquer pilha triangular em uma pilha quadrada, reorganizando os cubinhos dessa pilha. Observe na figura como ele fez isso com a quarta pilha.



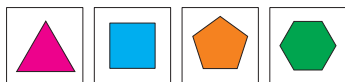
Ele usou essa ideia para calcular quantos cubinhos são necessários para construir uma pilha triangular com 99 cubinhos em sua primeira camada. Que resultado ele obteve?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

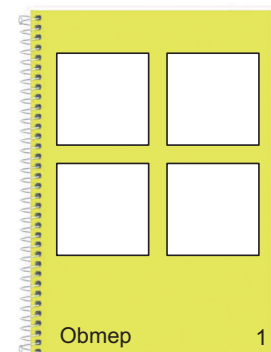
TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

2. Rosa tem quatro cartões quadrados e cada um deles apresenta um polígono regular diferente, de 3 a 6 lados, como mostrado na ilustração.



Ela quer colar esses cartões nos quatro espaços disponíveis da primeira página de um álbum. Dependendo de como ela cola o cartão, as figuras podem ser vistas de maneiras diferentes. Por exemplo, girando o cartão com o triângulo, ele pode ser visto de quatro maneiras diferentes (); já o quadrado só pode ser visto de uma única maneira ().



a) De quantas maneiras diferentes o pentágono pode ser visto quando colado em um dos espaços do álbum?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) De quantas maneiras diferentes o hexágono pode ser visto quando colado em um dos espaços do álbum?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

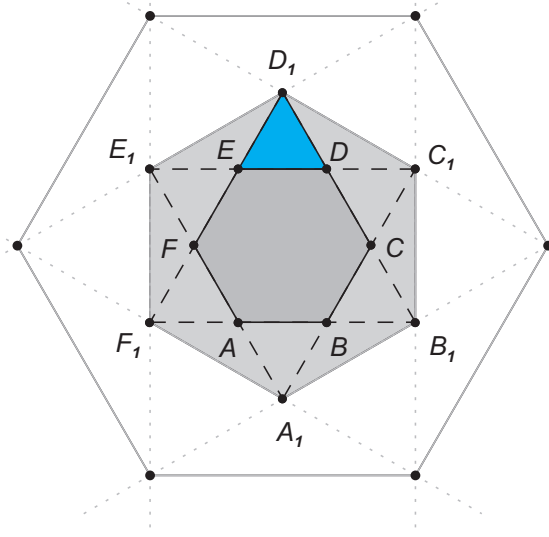
c) De quantas maneiras diferentes Rosa pode colar os quatro cartões nos quatro espaços da primeira página do álbum?

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

3. Os prolongamentos dos lados de um hexágono regular $ABCDEF$, de 1 cm^2 de área, determinam seis pontos de interseção, que são vértices de um novo hexágono regular $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, conforme mostra a figura.

Repetindo esse processo de prolongamento de lados em cada novo hexágono obtido, determinamos novos hexágonos, $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$, $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$, e assim por diante.

a) Qual é a área do triângulo EDD_1 destacado em azul?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Qual é a área do hexágono $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

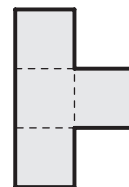
c) Qual é a área do hexágono $A_5B_5C_5D_5E_5F_5$?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

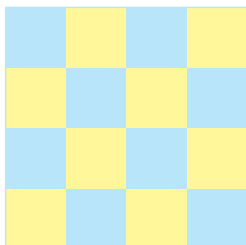
TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

4. Maria possui muitas peças, todas iguais, formadas por quatro quadradinhos, como mostra a figura ao lado. Sem sobrepor peças, ela tenta cobrir todas as casas de vários tabuleiros quadrados, fazendo coincidir os quadradinhos das peças com os do tabuleiro.



a) Desenhe na figura abaixo uma maneira de cobrir um tabuleiro 4x4 com essas peças.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que nenhum tabuleiro quadrado pode ser coberto com exatamente vinte peças.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que Maria nunca conseguirá cobrir um tabuleiro 10x10 com suas peças.

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

5. Seis atletas, identificados pelas letras A, B, C, D, E e F, participaram de uma corrida de Quixajuba até Pirajuba. O atleta A saiu na frente, B saiu em seguida, e assim sucessivamente, até o atleta F, que saiu por último. O atleta D venceu a corrida e o atleta E terminou em último lugar.

A tabela mostra quantas vezes o atleta indicado na linha ultrapassou o atleta indicado na coluna. Por exemplo, o número 5 na casa rosa indica que o atleta D ultrapassou cinco vezes o atleta C durante a corrida.



	A	B	C	D	E	F
A	-	2	4	2	1	2
B	2	-	0		3	1
C	4	0	-	4	1	3
D	3	2	5	-	1	3
E	1		1	1	-	0
F	3	2	4	3	1	-

a) Quantas vezes o atleta F ultrapassou o atleta B?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Qual número deverá ser escrito na casa amarela?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Qual número deverá ser escrito na casa verde?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

d) Em que ordem os atletas terminaram a corrida?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

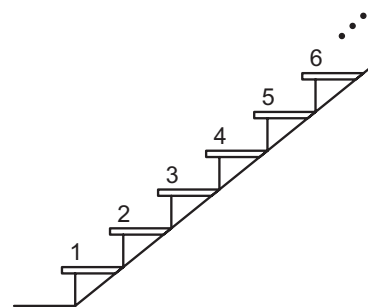
TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. Fábio gosta de brincar em escadas, subindo ou descendo seus degraus da seguinte maneira:

- começa no degrau de número 1;
- a cada movimento ele sobe ou desce um ou dois degraus e, ao subir ou descer dois degraus, não pisa no degrau intermediário;
- pisa em todos os degraus exatamente uma vez.

Por exemplo, em uma escada com três degraus ele pode brincar de duas maneiras diferentes: 1-2-3, 1-3-2; com quatro degraus ele pode brincar de quatro maneiras diferentes: 1-2-3-4, 1-2-4-3, 1-3-2-4 e 1-3-4-2.



a) Fábio pode brincar de seis maneiras diferentes em uma escada com cinco degraus. Escreva essas seis maneiras.

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Explique por que sempre é possível terminar a brincadeira no degrau de número 2 em qualquer escada com dois ou mais degraus.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Há 31 e 68 maneiras diferentes de se brincar em escadas com nove e onze degraus, respectivamente. De quantas maneiras diferentes Fábio pode brincar em uma escada com doze degraus?

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

RASCUNHO

Operacionalização: