

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.



10ª OLIMPÍADA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA DAS
ESCOLAS PÚBLICAS | OBMEP 2014

Nível **3**
Ensino Médio
2ª FASE – 13 de setembro de 2014

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você

apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.

8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
 - a. o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. o uso de quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

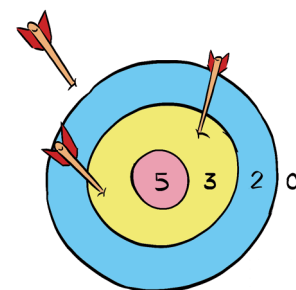
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional



Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação

Ministério da
Educação

1. Michel pratica arco e flecha em um alvo como o da figura ao lado. Em cada rodada ele atira três flechas e sua pontuação, na rodada, é a soma dos pontos obtidos com cada flecha. Acertar as regiões interna, intermediária e externa vale, respectivamente, 5 pontos, 3 pontos e 2 pontos; errar o alvo vale zero ponto. Caso a flecha acerte uma linha que divide duas regiões, vale a maior pontuação dentre elas.



a) Michel somou 11 pontos em uma rodada. Quais foram os pontos obtidos com cada uma das três flechas?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Michel notou que poderia obter quase todas as pontuações de 0 a 15 em uma rodada. Quais são as pontuações impossíveis de se obter em uma rodada?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Michel somou 134 pontos em um treino. Explique por que houve pelo menos dez rodadas nesse treino.

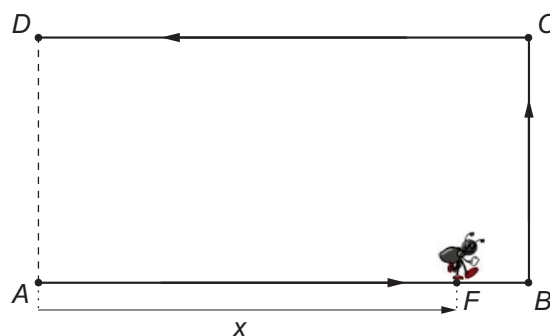
Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

2. Uma formiga anda sobre o contorno de um retângulo $ABCD$. Ela parte do ponto A , anda 20 centímetros até chegar em B , depois anda mais 10 centímetros até chegar em C e finaliza seu trajeto em D . Após andar x centímetros, a formiga está em um ponto F do contorno.

a) Quantos centímetros a formiga anda em seu trajeto de A até D ?



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Calcule a área do triângulo ADF quando $x = 22$ centímetros.

Correção
Regional

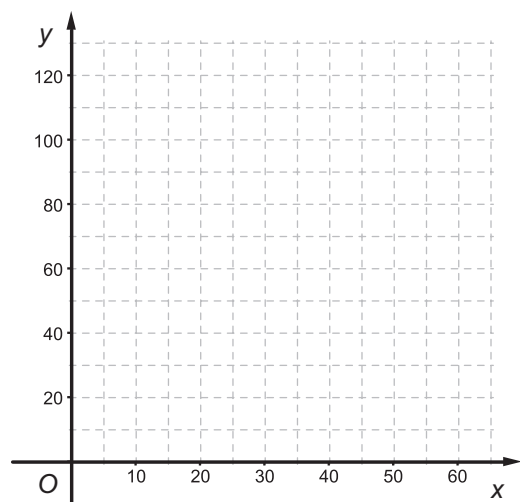
Correção
Nacional

c) Qual é a maior área possível para um triângulo ADF ?

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Esboce, no plano cartesiano Oxy , o gráfico da função que associa ao comprimento x o valor da área do triângulo ADF .



Correção
Regional

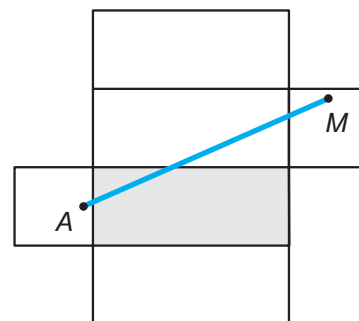
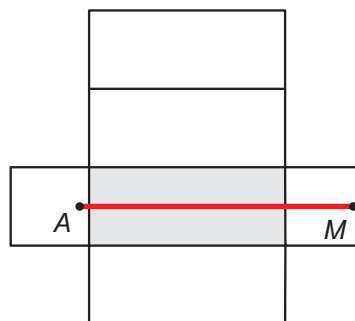
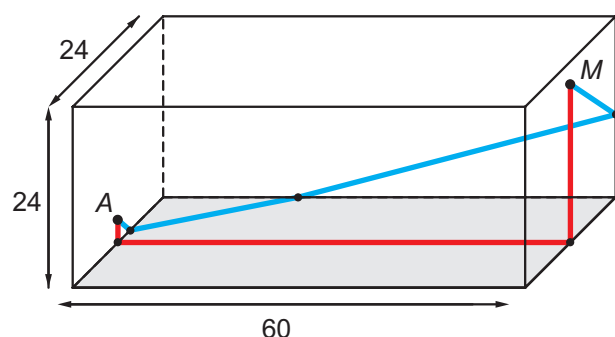
Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

3. Uma caixa retangular tem dimensões $60 \times 24 \times 24$, em centímetros. Uma aranha A e uma mosca M estão nas faces laterais quadradas dessa caixa. Tanto a mosca quanto a aranha estão à mesma distância das outras duas faces laterais. A aranha está a uma distância de 2 cm da base enquanto a mosca está a uma distância de 2 cm do topo. Andando sobre a superfície da caixa, a aranha pode percorrer vários caminhos para chegar até a mosca, mas sempre escolhe algum que esteja sobre uma reta em alguma planificação da caixa. Na figura, vemos dois desses caminhos, um vermelho e outro azul, e suas respectivas planificações.

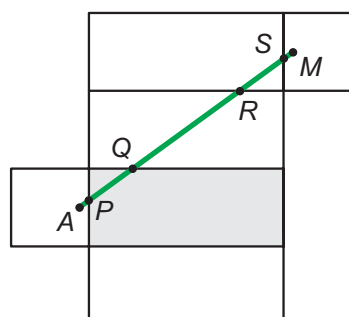
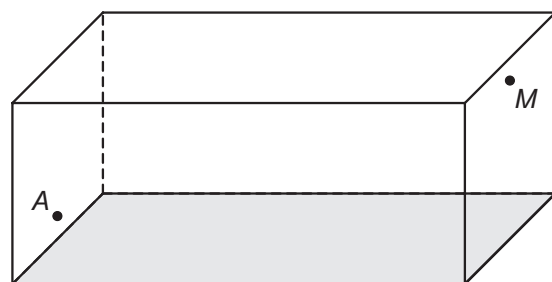


a) Qual é a distância que a aranha irá percorrer seguindo o caminho vermelho?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Desenhe na caixa a trajetória correspondente ao caminho indicado em verde na planificação, marcando os pontos P , Q , R e S onde essa trajetória intersecta as arestas da caixa.



Correção Regional

Correção Nacional

c) Em qual dos três caminhos, vermelho, azul ou verde, a aranha andarà menos? Justifique sua resposta.

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Seis atletas, identificados pelas letras A, B, C, D, E e F, participaram de uma corrida de Quixajuba até Pirajuba. O atleta A saiu na frente, B saiu em seguida, e assim sucessivamente, até o atleta F, que saiu por último. O atleta D venceu a corrida e o atleta E terminou em último lugar.

A tabela mostra quantas vezes o atleta indicado na linha ultrapassou o atleta indicado na coluna. Por exemplo, o número 5 na casa rosa indica que o atleta D ultrapassou cinco vezes o atleta C durante a corrida.



	A	B	C	D	E	F
A	-	2	4	2	1	2
B	2	-	0		3	1
C	4	0	-	4	1	3
D	3	2	5	-	1	3
E	1		1	1	-	0
F	3	2	4	3	1	-

a) Quantas vezes o atleta F ultrapassou o atleta B?

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Qual número deverá ser escrito na casa amarela?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Qual número deverá ser escrito na casa verde?

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Em que ordem os atletas terminaram a corrida?

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

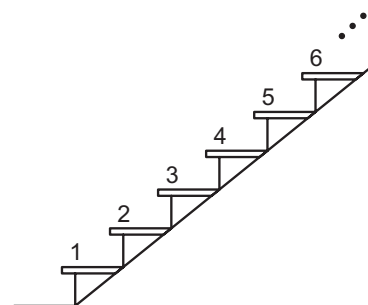
Correção
Regional

Correção
Nacional

5. Fábio gosta de brincar em escadas, subindo ou descendo seus degraus da seguinte maneira:

- começa no degrau de número 1;
- a cada movimento ele sobe ou desce um ou dois degraus e, ao subir ou descer dois degraus, não pisa no degrau intermediário;
- pisa em todos os degraus exatamente uma vez.

Por exemplo, em uma escada com três degraus ele pode brincar de duas maneiras diferentes: 1-2-3, 1-3-2; com quatro degraus ele pode brincar de quatro maneiras diferentes: 1-2-3-4, 1-2-4-3, 1-3-2-4 e 1-3-4-2.



a) Fábio pode brincar de seis maneiras diferentes em uma escada com cinco degraus. Escreva essas seis maneiras.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Explique por que sempre é possível terminar a brincadeira no degrau de número 2 em qualquer escada com dois ou mais degraus.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Há 31 e 68 maneiras diferentes de se brincar em escadas com nove e onze degraus, respectivamente. De quantas maneiras diferentes Fábio pode brincar em uma escada com doze degraus?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. Cada uma das cem pessoas de uma fila escolhe, ao acaso, um número de 1 a 20 e o escreve em um papel, mantendo esse número em segredo. Depois que todos escreveram, o primeiro da fila anuncia o seu número. Em seguida, o segundo da fila faz o mesmo, e assim sucessivamente. A primeira pessoa que anunciar um número igual a um número já anunciado ganha um prêmio.

a) O primeiro da fila não tem chance de ganhar o prêmio. Qual é a posição da próxima pessoa da fila que também não tem chance alguma de ganhar o prêmio?



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Qual é a probabilidade de que o terceiro da fila ganhe o prêmio?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Quem tem maior probabilidade de ganhar o prêmio: o sétimo da fila ou o oitavo? Justifique.

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Em que posição ou posições da fila é maior a probabilidade de ganhar o prêmio? Justifique.

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

R A S C U N H O