

Nome completo do(a) aluno(a): \_\_\_\_\_

## INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
  - A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
  - Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
  - Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
- (A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
  - Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
  - Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
  - Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
  - Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas  
páginas na Internet:



[www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)



[www.facebook.com/obmep](https://www.facebook.com/obmep)



Ministério da  
Ciência, Tecnologia  
e Inovação

Ministério da  
Educação



1. Para assar um frango são necessários 15 minutos para aquecer o forno e mais 12 minutos para assar cada meio quilo de frango. Paula comprou um frango de 2,5 kg. A que horas ela deve ligar o forno para que o frango fique pronto às 20 horas?

- A) 18h  
 B) 18h15min  
 C) 18h30min  
 D) 18h45min  
 E) 19h



2. Na reta abaixo, a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma. Qual é o valor dessa distância?



- A)  $\frac{3}{4}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{2}{5}$     E) 1

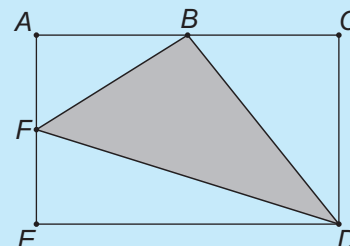
3. Os números inteiros positivos foram escritos em sequência, como indicado na figura. Observe que na primeira linha foi escrito o número 1 e que nas seguintes há dois números a mais do que na linha anterior. Em qual linha foi escrito o número 2015?

- A) 43  
 B) 44  
 C) 45  
 D) 46  
 E) 47

linha 1  $\Rightarrow$  1  
 linha 2  $\Rightarrow$  2 3 4  
 linha 3  $\Rightarrow$  5 6 7 8 9  
 linha 4  $\Rightarrow$  10 11 12 13 14 15 16  
 linha 5  $\Rightarrow$  17 18 19 20 21 22 23 24 25  
 ...

4. O retângulo da figura possui área igual a  $640 \text{ cm}^2$ . Os pontos  $B$  e  $F$  são pontos médios dos lados  $AC$  e  $AE$ , respectivamente. Qual é a área do triângulo  $BDF$ ?

- A)  $100 \text{ cm}^2$   
 B)  $120 \text{ cm}^2$   
 C)  $160 \text{ cm}^2$   
 D)  $220 \text{ cm}^2$   
 E)  $240 \text{ cm}^2$



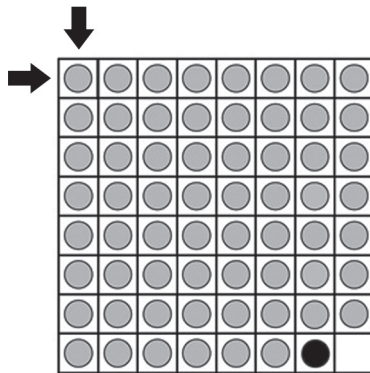
5. Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

- A) 20
- B) 30
- C) 60
- D) 90
- E) 120



6. Joãozinho tem um tabuleiro como o da figura, no qual há uma casa vazia, uma casa com uma peça preta e as demais casas com peças cinzas. Em cada movimento, somente as peças que estão acima, abaixo, à direita ou à esquerda da casa vazia podem se movimentar, com uma delas ocupando a casa vazia. Qual é o número mínimo de movimentos necessários para Joãozinho levar a peça preta até a casa do canto superior esquerdo, indicada pelas setas?

- A) 13
- B) 21
- C) 24
- D) 36
- E) 39



7. A soma de dois números é 3 e a soma de seus cubos é 25. Qual é a soma de seus quadrados?

- A)  $\frac{77}{9}$
- B)  $\frac{99}{7}$
- C) 7
- D) 9
- E)  $\frac{7}{9}$

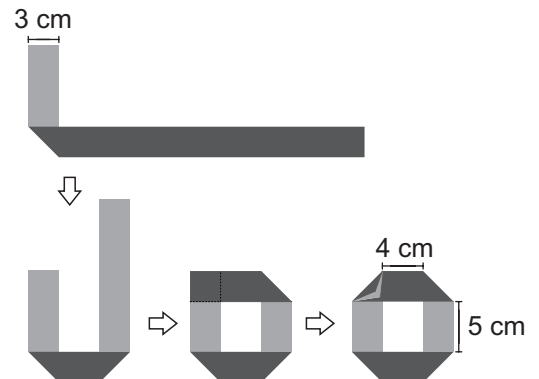
8. Marcelo gasta 24 minutos para ir andando de casa até o ponto de ônibus, ou 12 minutos, se for correndo. Ele sai de casa andando, às 15 horas, para pegar um ônibus às 15h30min. No caminho, percebe que esqueceu a carteira e volta para casa correndo. Ele perde 3 minutos para encontrar a carteira e retorna correndo para o ponto de ônibus, chegando exatamente às 15h30min. A que horas Marcelo percebeu que estava sem a carteira?

- A) 15h08min
- B) 15h10min
- C) 15h12min
- D) 15h15min
- E) 15h18min



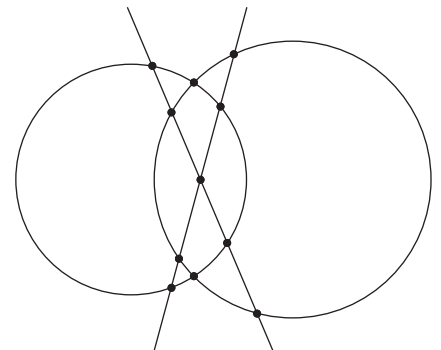
9. Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de  $45^\circ$  com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

- A) 21 cm
- B) 27 cm
- C) 30 cm
- D) 33 cm
- E) 36 cm



10. Maria desenhou duas circunferências e duas retas, determinando 11 pontos de intersecção, como mostra a figura. Se ela desenhar mais três retas distintas entre si e também das demais, qual será, no total, o maior número possível de pontos de intersecção?

- A) 17
- B) 24
- C) 32
- D) 40
- E) 54



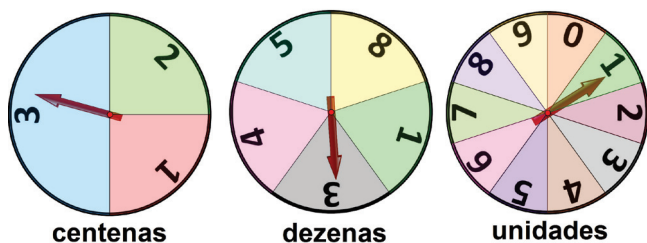
11. Uma sequência de números é definida por  $a_1 = 3$  e

$$a_{n+1} = a_n + a_n^2$$

para todo número natural  $n \geq 1$ . Por exemplo:  $a_2 = a_1 + a_1^2 = 3 + 3^2 = 12$ . Qual é o algarismo das unidades de  $a_{2015}$ ?

- A) 2
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

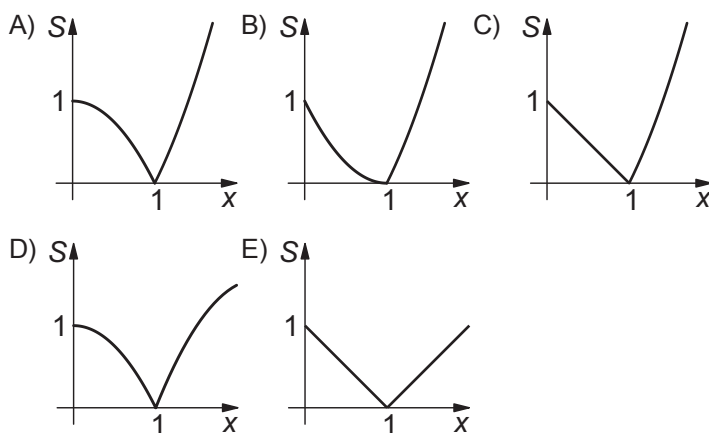
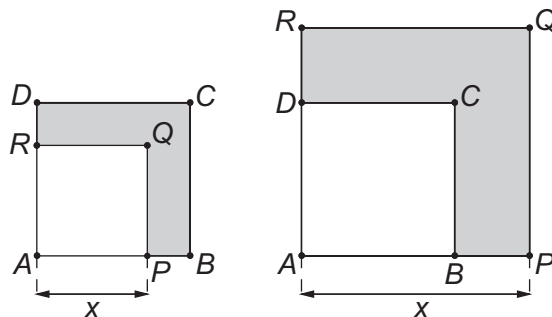
12. Na figura, o círculo das centenas está dividido em três setores, um semicircular e outros dois de mesma área. Cada um dos outros dois círculos está dividido em setores de mesma área. As setas nesses círculos, quando giradas, param ao acaso em algum setor, determinando um número de três algarismos. Por exemplo, na figura elas determinaram o número 331.



Qual é a probabilidade de que o número determinado pelas setas, após serem giradas, seja maior do que 260?

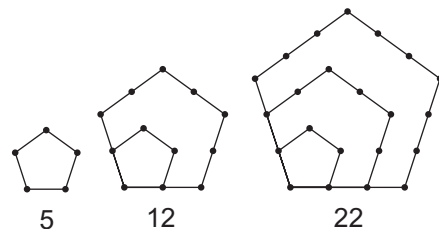
- A) 45%
- B) 55%
- C) 60%
- D) 65%
- E) 70%

13. Um quadrado  $ABCD$  tem área 1. Um ponto  $P$  desloca-se ao longo da semirreta  $AB$ , partindo do ponto  $A$  para a direita, conforme mostra a figura. Se  $S$  é a área da região compreendida entre os quadrados  $ABCD$  e  $APQR$ , destacada em cinza, qual é o gráfico que melhor representa a variação de  $S$  em função de  $x$ ?



14. Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?

- A) 656
- B) 695
- C) 715
- D) 756
- E) 769



15. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

- A) Adão
- B) Bruno
- C) Carlos
- D) Daniel
- E) Edson

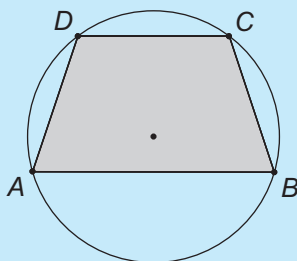


16. João colocou 100 moedas iguais em um pote e pediu a seus filhos, de idades distintas, que cada um deles colocasse no pote uma moeda para cada irmão mais velho e retirasse do pote duas moedas para cada irmão mais novo. Quando todos os filhos terminaram de fazer isso, restaram no pote 22 moedas. Quantos são os filhos de João?

- A) 5
- B) 7
- C) 10
- D) 13
- E) 15

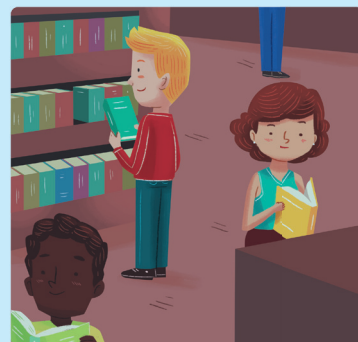
17. Na figura,  $ABCD$  é um trapézio inscrito numa circunferência. A base maior do trapézio mede 16 cm, a base menor 10 cm e a altura 9 cm. Qual é a medida, em centímetros, do raio da circunferência?

- A)  $\frac{7}{3}$
- B)  $\frac{25}{3}$
- C)  $\frac{35}{3}$
- D)  $\frac{40}{3}$
- E)  $\frac{50}{3}$



18. Três amigas foram a uma livraria com seus namorados. Coincidentemente, cada pessoa pagou, por livro, um preço em reais igual à quantidade de livros que comprou. Além disso, cada mulher gastou 32 reais a mais que seu respectivo namorado. Ao final das compras, as mulheres compraram, ao todo, oito livros a mais que os homens. Quantos livros foram comprados no total?

- A) 32
- B) 36
- C) 40
- D) 44
- E) 48



19. Dado o conjunto  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2015\}$ , forma-se um subconjunto  $B$ , com a maior quantidade possível de elementos, tal que todo elemento de  $B$  é múltiplo ou divisor de qualquer outro elemento de  $B$ . Quantos elementos há no conjunto  $B$ ?

- A) 9
- B) 10
- C) 11
- D) 12
- E) 13

20. Uma lata cilíndrica, fechada embaixo e aberta na parte de cima, tem altura de 17 cm e sua borda é uma circunferência de comprimento 30 cm. Na superfície interna da lata, a 4 cm da borda superior, há uma mosca parada (ponto  $M$ ). Na superfície externa da lata, a 1 cm da base e no mesmo plano que passa pela mosca e que divide a lata em duas partes iguais, encontra-se uma aranha (ponto  $A$ ), como na figura. A aranha anda pela superfície da lata até chegar à mosca, fazendo o caminho mais curto entre elas. Quantos centímetros a aranha anda pela superfície interna da lata?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

