



11ª OLIMPIÁDA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2015

Somando novos talentos para o Brasil

Somando novos talentos para o Brasil

Nível
8º e 9º anos do Ensino Fundamental
2ª FASE – 12 de setembro de 2015

Telephone (outro)

www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você

- usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
- comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
- usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

Boa prova!

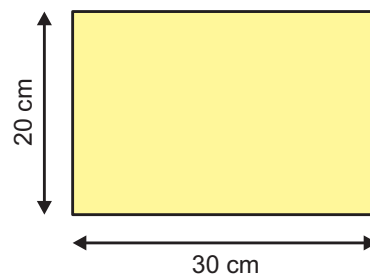
[illegible]

Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**

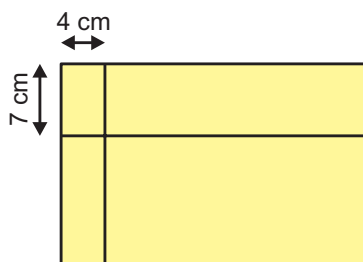
Ministério da
Educacão

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PÁTRIA EDUCADORA

1. Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.



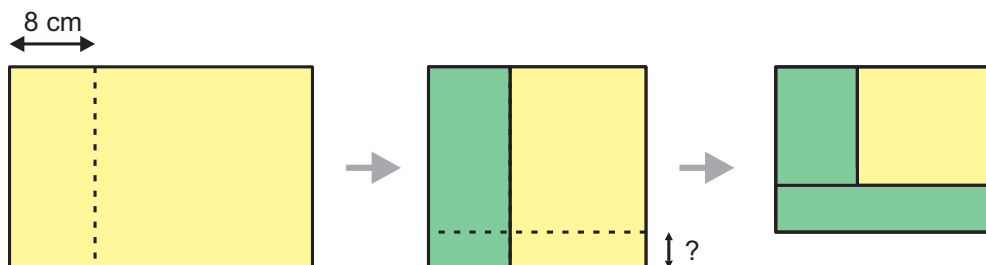
a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos têm a maior área. Qual é o valor dessa área?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?

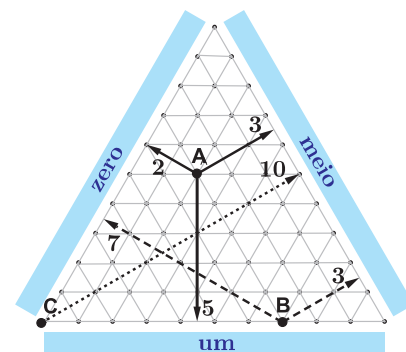
Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

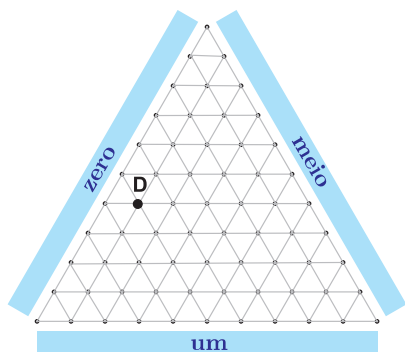
Correção
RegionalCorreção
Nacional

2. A professora Isabel aplicou uma prova com 10 questões. Cada aluno recebeu nota 0,0 (zero), 0,5 (meio) ou 1,0 (um) em cada questão. O desempenho de cada aluno foi associado a um ponto de uma malha triangular, delimitada por um triângulo equilátero de altura 10, como na figura.

O ponto associado a um aluno é escolhido de forma que suas distâncias aos lados do triângulo sejam iguais às quantidades de questões em que o aluno obteve nota zero, meio ou um, respectivamente. Por exemplo, o aluno A tirou zero em 2 questões, meio em 3 questões e um em 5 questões, obtendo 6,5 na prova. O aluno B obteve 1,5 na prova, pois tirou meio em 3 questões e zero em 7 questões. O aluno C obteve 5,0 na prova, pois tirou meio nas 10 questões.



a) Qual foi a nota obtida na prova pelo aluno D?



Correção
Regional

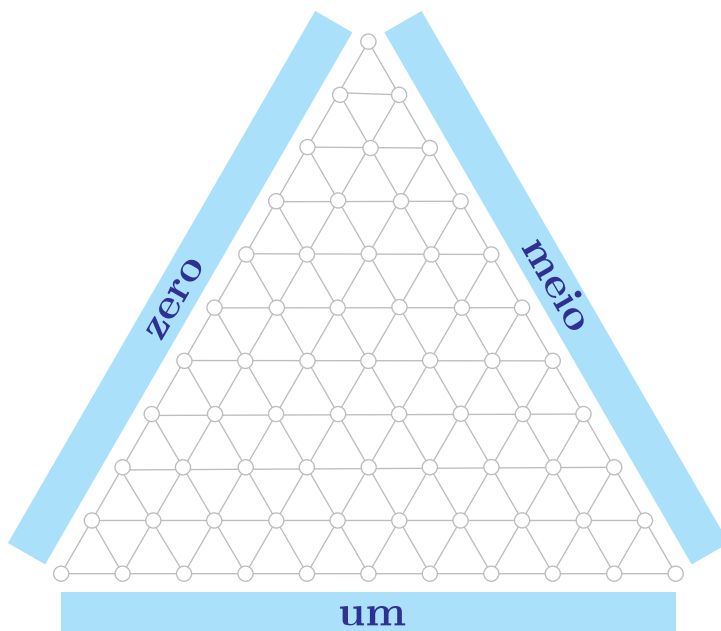
Correção
Nacional

b) Quantos pontos da malha estão associados a alunos que tiram zero em exatamente quatro questões?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Assinale na malha abaixo os pontos associados a alunos que obtêm nota igual a 7,0 ou maior do que 7,0.



Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

3. Comece uma sequência escrevendo dois números inteiros não negativos, sendo o primeiro maior do que o segundo. Depois, para encontrar os próximos termos da sequência, repita o seguinte procedimento:

- se o último termo escrito for maior do que o penúltimo, a sequência termina;
- caso contrário, o próximo termo a ser escrito será o penúltimo menos o último.

Um exemplo é a sequência 120, 71, 49, 22, 27; ela começa com 120 e 71 e possui cinco termos.



a) Escreva a sequência que começa com 30 e 16.

Correção Regional

Correção Nacional

b) Escreva a sequência que possui exatamente cinco termos, sendo o quarto termo igual a 1 e o quinto termo igual a 2.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Uma sequência que começa com 25 tem exatamente três termos. Quais são os valores possíveis para o segundo termo?

Correção Regional

Correção Nacional

d) Uma sequência que começa com 60 tem o maior número possível de termos. Qual é o valor do segundo termo dessa sequência?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Uma tabela com linhas e colunas numeradas de 1 a 100 foi preenchida da seguinte forma:

- na linha 1, todas as casas foram preenchidas com 1;
- na linha 2, as casas pertencentes a colunas de número par foram preenchidas com 1 e as demais, com 0;
- na linha 3, as casas pertencentes a colunas múltiplas de três foram preenchidas com 1 e as demais, com 0;
- continuando, cada uma das demais linhas da tabela foi preenchida com o algarismo 1 nas casas de colunas múltiplas do número correspondente à linha, e com 0 nas demais.

		COLUNAS								
		1	2	3	4	5	6	...	99	100
LINHAS	1	1	1	1	1	1	1	...	1	1
	2	0	1	0	1	0	1	...	0	1
	3	0	0	1	0	0	1	...	1	0
	4	0	0	0	1	0	0	...	0	1
	5	0	0	0	0	1	0	...	0	1
	6	0	0	0	0	0	1	...	0	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	99	0	0	0	0	0	0	...	1	0
	100	0	0	0	0	0	0	...	0	1

a) Qual é o algarismo que foi escrito na linha 7 e coluna 21?

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Qual é a soma dos algarismos da linha 23?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Qual é a soma dos algarismos da coluna 98?

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Em quais colunas a soma dos algarismos é ímpar? Explique sua resposta.

Correção
Regional

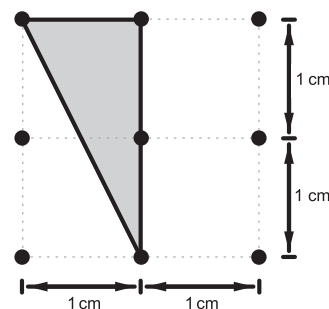
Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

5. Em um quadrado de lado 2 cm foram marcados nove pontos, conforme a figura. Triângulos podem ser desenhados com seus vértices nesses pontos. A figura mostra um deles, com área igual a 1 cm^2 .

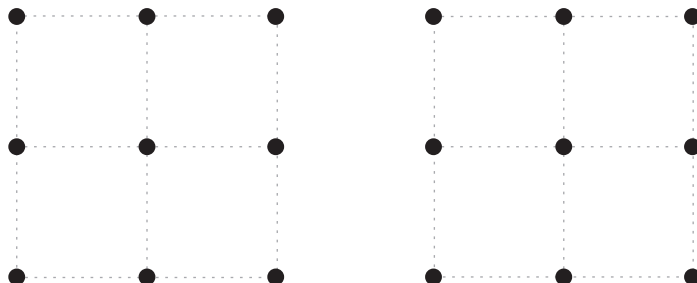


a) Quantos triângulos congruentes ao da figura possuem seus vértices nos pontos marcados?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Desenhe outros dois triângulos com seus vértices nos pontos marcados, ambos com área igual a 1 cm^2 , que não sejam congruentes entre si, nem congruentes ao triângulo da figura.



Correção Regional

Correção
Nacional

c) Quantos triângulos com área igual a 1 cm^2 possuem seus vértices nos pontos marcados?

Correção Regional

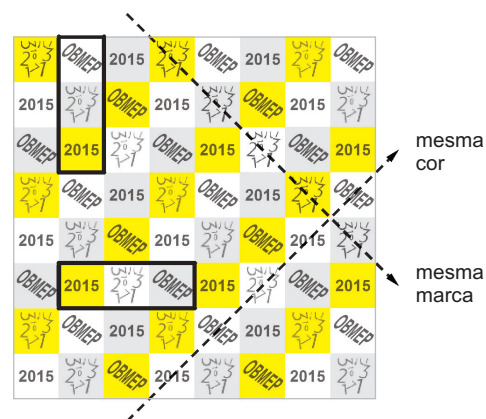
Correção
Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção
Nacional

6. Gilmar brinca de cobrir tabuleiros com peças do tipo . Cada peça cobre perfeitamente três casas do tabuleiro, na vertical ou na horizontal. As casas dos tabuleiros estão pintadas e carimbadas com três cores e três marcas, intercaladamente, de modo que cada peça cobre sempre três cores diferentes e três marcas diferentes, como na figura.



a) Na Figura 1 vemos uma maneira de cobrir um tabuleiro 4 x 4, deixando apenas uma casa descoberta. Desenhe na Figura 2 outra maneira de cobrir esse tabuleiro, deixando apenas uma casa descoberta.

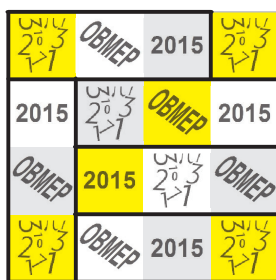


Figura 1



Figura 2

Correção Regional

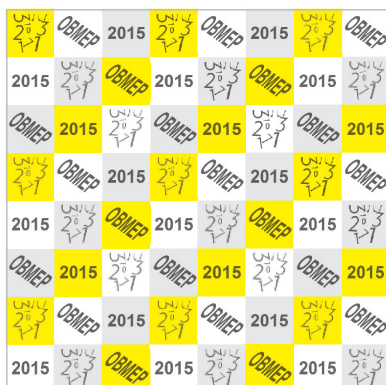
Correção Nacional

b) Explique por que, quando se cobre com 5 peças um tabuleiro 4 x 4, uma das casas do canto sempre fica descoberta.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Ao cobrir um tabuleiro 8 x 8 com 21 peças, uma casa ficará descoberta. Marque no tabuleiro as posições possíveis para essa casa, e justifique por que só existem essas posições que você marcou.



Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

RASCUNHO

Operacionalização: