

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você

apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.

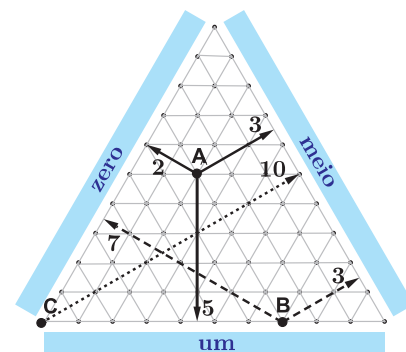
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

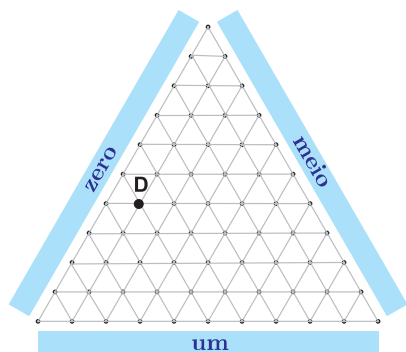
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. A professora Isabel aplicou uma prova com 10 questões. Cada aluno recebeu nota 0,0 (zero), 0,5 (meio) ou 1,0 (um) em cada questão. O desempenho de cada aluno foi associado a um ponto de uma malha triangular, delimitada por um triângulo equilátero de altura 10, como na figura.

O ponto associado a um aluno é escolhido de forma que suas distâncias aos lados do triângulo sejam iguais às quantidades de questões em que o aluno obteve nota zero, meio ou um, respectivamente. Por exemplo, o aluno A tirou zero em 2 questões, meio em 3 questões e um em 5 questões, obtendo 6,5 na prova. O aluno B obteve 1,5 na prova, pois tirou meio em 3 questões e zero em 7 questões. O aluno C obteve 5,0 na prova, pois tirou meio nas 10 questões.



a) Qual foi a nota obtida na prova pelo aluno D?



Correção Regional

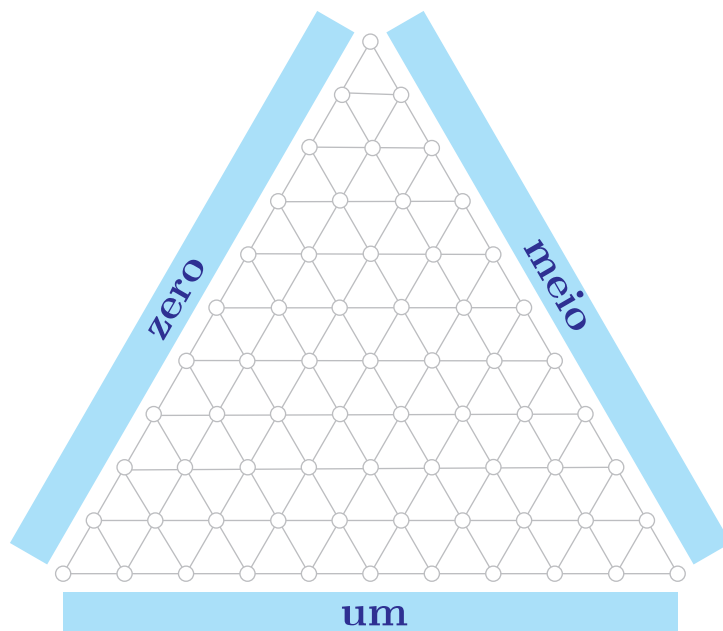
Correção Nacional

b) Quantos pontos da malha estão associados a alunos que tiram zero em exatamente quatro questões?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Assinale na malha abaixo os pontos associados a alunos que obtêm nota igual a 7,0 ou maior do que 7,0.



Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. No atendimento ao cliente, um banco tem um único funcionário, que começa a trabalhar às 10 horas. Se o funcionário está livre quando um cliente chega, este é atendido imediatamente; caso contrário, o cliente deve aguardar sua vez em uma fila. Em certa manhã, no período entre 10 e 11 horas, chegaram ao banco seis clientes.

a) A tabela abaixo apresenta o horário da chegada e a duração do atendimento de cada um deles. Preencha a tabela com o tempo de espera na fila, horário de início e horário de término do atendimento de cada cliente.

Cliente	Horário da chegada	Duração do atendimento (minutos)	Tempo de espera na fila (minutos)	Horário de início do atendimento	Horário de término do atendimento
1	10h 06min	6			
2	10h 15min	6			
3	10h 19min	15			
4	10h 29min	12			
5	10h 34min	7			
6	10h 42min	1			

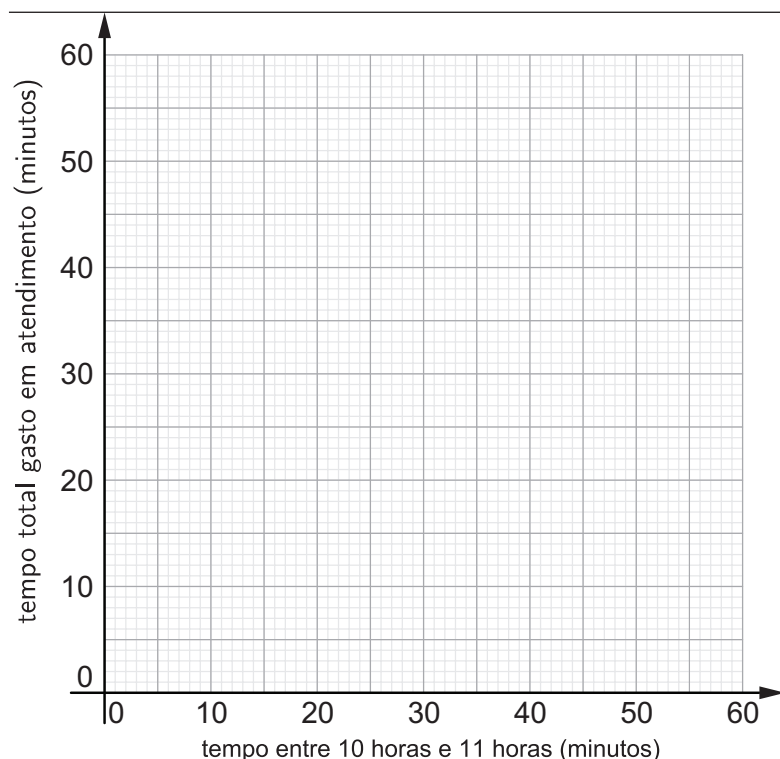
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual foi o tempo médio de espera dos clientes na fila?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Quais foram os intervalos de tempo em que duas pessoas ficaram esperando juntas na fila?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

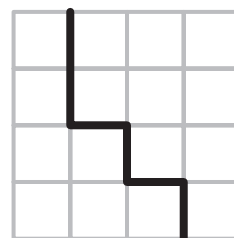


d) Faça o gráfico da função que fornece, para cada instante entre 10 e 11 horas, o tempo total que o funcionário gastou atendendo clientes até aquele instante.

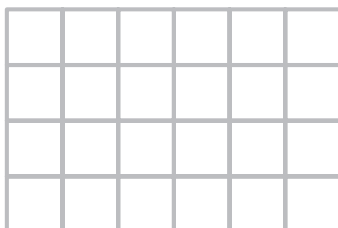
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

3. Mônica desenha caminhos poligonais em tabuleiros formados por quadradinhos de 1 cm de lado. Cada caminho começa e termina na borda do tabuleiro, contém somente esses dois pontos da borda e nunca passa duas vezes por um mesmo ponto.

Por exemplo, no tabuleiro 4 x 4 ao lado, ela desenhou um desses caminhos com 6 cm de comprimento.



a) Trace um possível caminho desenhado por Mônica no tabuleiro 4 x 6 abaixo, com 16 cm de comprimento.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Explique por que o comprimento, em centímetros, do maior caminho que Mônica pode desenhlar em um tabuleiro $m \times n$ é igual a $(m-1)(n-1)+1$.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

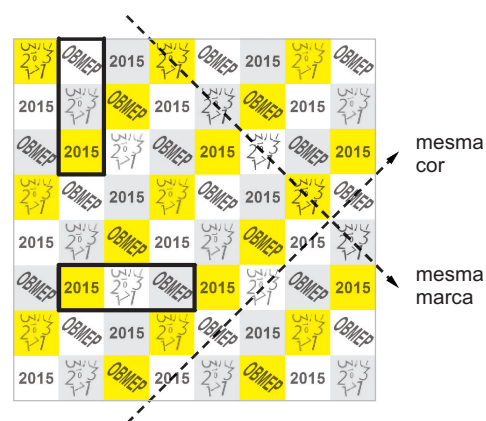
c) Há vários tipos diferentes de tabuleiros retangulares com 100 quadradinhos. Mônica formou tabuleiros de todos esses tipos e, em cada um, ela desenhou um caminho com o maior comprimento possível. Qual é o comprimento do maior desses caminhos?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

4. Gilmar brinca de cobrir tabuleiros com peças do tipo . Cada peça cobre perfeitamente três casas do tabuleiro, na vertical ou na horizontal. As casas dos tabuleiros estão pintadas e carimbadas com três cores e três marcas, intercaladamente, de modo que cada peça cobre sempre três cores diferentes e três marcas diferentes, como na figura.



a) Na Figura 1 vemos uma maneira de cobrir um tabuleiro 4 x 4, deixando apenas uma casa descoberta. Desenhe na Figura 2 outra maneira de cobrir esse tabuleiro, deixando apenas uma casa descoberta.

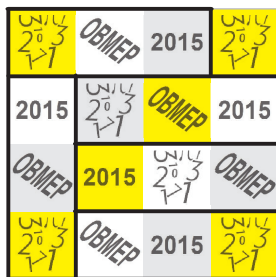


Figura 1

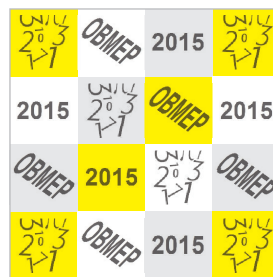


Figura 2

Correção Regional

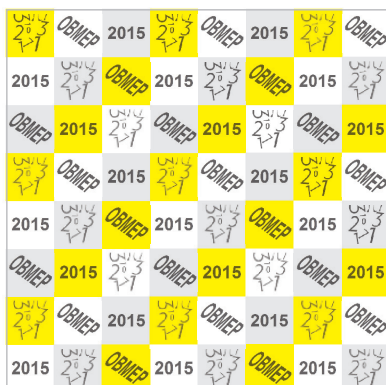
Correção Nacional

b) Explique por que, quando se cobre com 5 peças um tabuleiro 4 x 4, uma das casas do canto sempre fica descoberta.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Ao cobrir um tabuleiro 8 x 8 com 21 peças, uma casa ficará descoberta. Marque no tabuleiro as posições possíveis para essa casa, e justifique por que só existem essas posições que você marcou.



Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

5. Nas figuras, ABC é um triângulo isósceles, retângulo em A . A altura do triângulo em relação à base BC mede 1 e a circunferência de centro O tem raio 1. A circunferência gira, sem deslizar, pela base do triângulo. Ao girar, o ponto de tangência T (da circunferência com a base BC) move-se ao longo do lado BC . A Figura 1 ilustra a situação em que T é o ponto médio de BC . A Figura 2 ilustra uma posição genérica do ponto T . Em ambas as figuras, P e Q são os pontos de interseção dos lados AB e AC , respectivamente, com a circunferência.

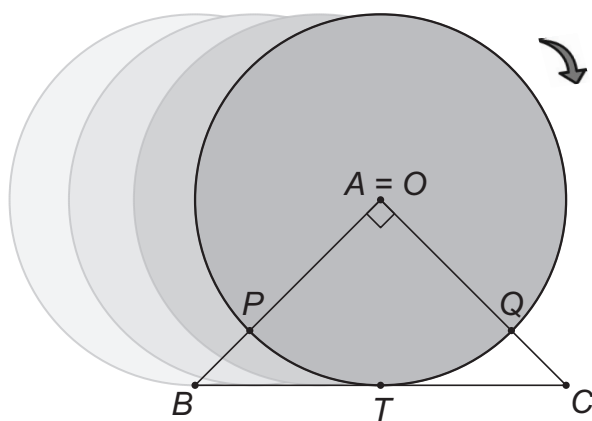


Figura 1

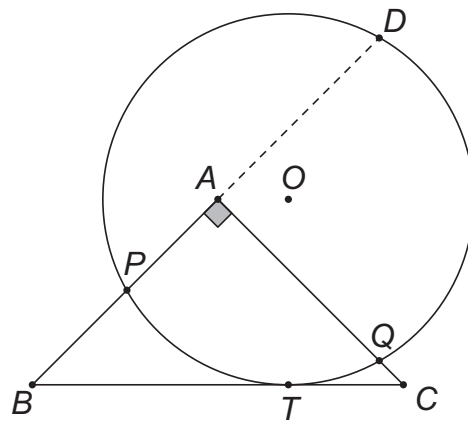


Figura 2

a) Na situação da Figura 1, quantos graus mede o arco determinado pelos pontos P e Q que contém o ponto T ?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Na situação da Figura 2, seja D o ponto em que o prolongamento do cateto BA intersecta a circunferência. Mostre que $AD=AQ$.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Explique por que, para qualquer posição de T , o comprimento do arco determinado pelos pontos P e Q que contém o ponto T é sempre o mesmo.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. Para a primeira fase de um torneio internacional de futebol foram classificadas 3 equipes espanholas, 2 francesas, 1 alemã, 1 portuguesa e 1 italiana. Nessa fase, serão realizadas quatro partidas, com os confrontos definidos por sorteio. Em seguida, duas semifinais serão realizadas com as quatro equipes vencedoras da primeira fase, também com os confrontos definidos por sorteio. As duas equipes vencedoras jogarão a partida final.



a) Qual é a probabilidade de que, na primeira fase, as duas equipes francesas se enfrentem?

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Qual é a probabilidade de ocorrer, na primeira fase, um confronto entre duas equipes espanholas?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Admitindo que em cada confronto do torneio as equipes têm, todas, iguais probabilidades de ganhar, qual é a probabilidade de que a final seja realizada entre duas equipes de um mesmo país?

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

RASCUNHO