

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você

apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.

8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Um quadriculado 3×3 preenchido com números inteiros é chamado de *medimágico* quando, em cada linha horizontal, vertical ou diagonal, o termo do meio é a média aritmética dos outros dois.



a) Preencha o quadriculado abaixo para que ele seja medimágico.

3		19
8		

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) O quadriculado medimágico abaixo tem os números 7, 9 e 20 nas posições indicadas. Qual é o valor de x ?

	7	
9	x	
		20

Correção
RegionalCorreção
Nacional

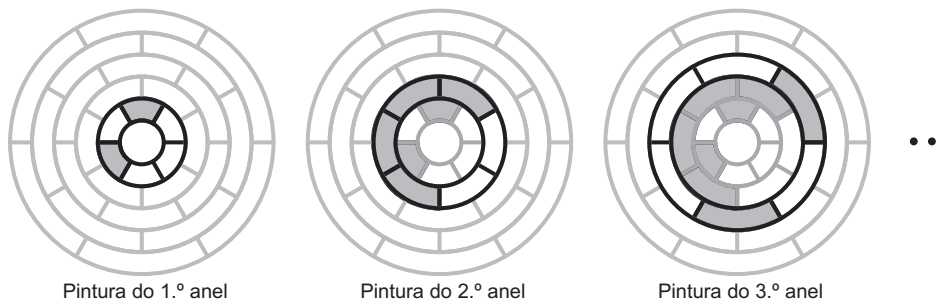
c) Explique por que, em qualquer quadriculado medimágico, a soma de todos os números é um múltiplo de 9.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

2. Joãozinho pinta anéis encaixados, cada um deles dividido em seis partes iguais. No primeiro anel (o menor deles) Joãozinho pinta de cinza algumas partes, à sua escolha. Do segundo anel em diante, ele pinta de cinza somente as partes em contato com duas partes de cores diferentes do anel anterior. Observe um exemplo:

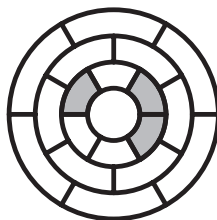


Pintura do 1.º anel

Pintura do 2.º anel

Pintura do 3.º anel

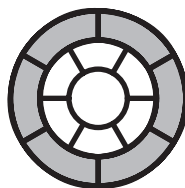
a) Joãozinho pintou o primeiro anel conforme a figura abaixo. Continue o trabalho de Joãozinho, pintando, na mesma figura, o segundo e o terceiro anéis.



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Na figura abaixo, pinte as partes do primeiro anel de modo que o segundo anel fique todo pintado de cinza.



Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Explique por que, independentemente de como Joãozinho pintar o primeiro anel, os demais anéis sempre terão uma quantidade par de partes pintadas de cinza.

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Explique por que, independentemente de como Joãozinho pintar o primeiro anel, nenhum anel a partir do terceiro será totalmente pintado de cinza.

Correção
Regional

Correção
Nacional

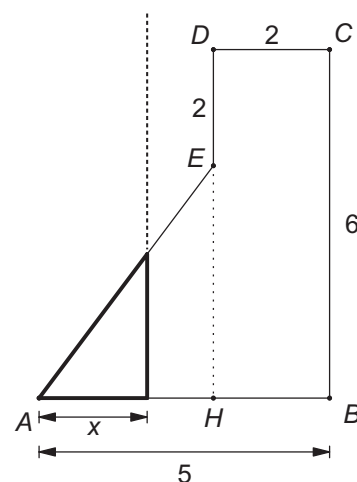
TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

3. A figura mostra um polígono $ABCDE$ em que todos os lados, exceto AE , são horizontais ou verticais e têm os comprimentos indicados na figura.

Considere, agora, uma reta vertical distante x do vértice A , com $0 < x \leq 5$. Ela divide o polígono $ABCDE$ em dois polígonos, um situado à direita da reta e outro à esquerda. Considere a função f que associa a cada valor de x o perímetro do polígono situado à esquerda da reta. Por exemplo, $f(3)$ é o perímetro do triângulo AHE , enquanto $f(5)$ é o perímetro do polígono $ABCDE$.



Correção Regional

Correção Nacional

b) Calcule $f(5)$.

Correção Regional

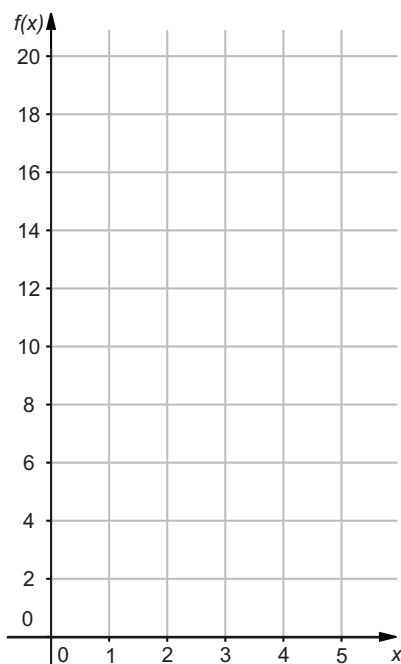
Correção Nacional

c) Escreva as expressões de $f(x)$ para $0 < x \leq 3$ e para $3 < x \leq 5$.

Correção Regional

Correção Nacional

d) Esboce o gráfico da função f .



Correção Regional

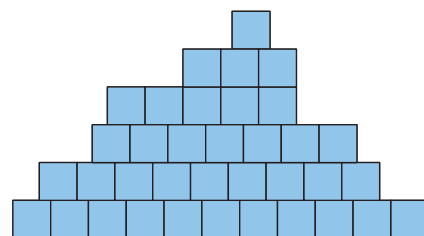
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Uma figura é construída por fileiras horizontais de quadradinhos 1×1 , dispostos lado a lado, sem sobreposição e sem espaçamento. Cada fileira, com exceção da primeira, está encostada inteiramente na fileira de baixo. A primeira fileira possui um número ímpar de quadradinhos e cada uma das demais possui dois quadradinhos a menos do que a fileira imediatamente abaixo. A última fileira sempre contém um único quadradinho.



Ao lado, vemos uma figura na qual a primeira fileira contém 11 quadradinhos.

a) Encontre a área e o perímetro de uma figura com 13 quadradinhos na primeira fileira.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

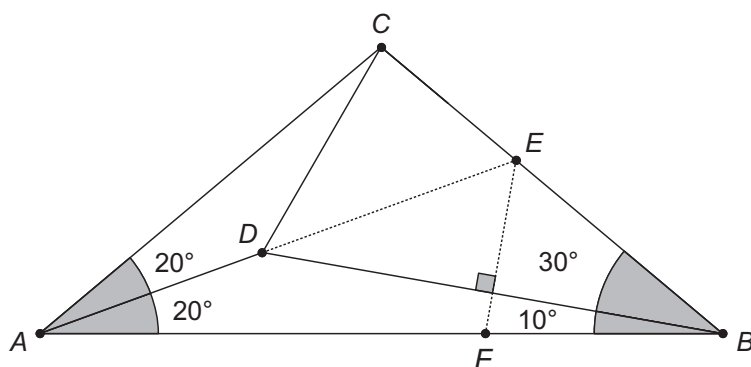
b) Mostre que, independentemente do número de quadradinhos da primeira fileira, o número total de quadradinhos de uma figura é o quadrado de um número natural.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) Mostre que, independentemente do número de quadradinhos da primeira fileira, a área A e o perímetro p da figura satisfazem a igualdade $(p + 2)^2 = 36A$.

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

5. As medidas em graus dos ângulos $\widehat{BAD}$, $\widehat{DAC}$, $\widehat{ABD}$ e $\widehat{DBC}$ estão indicadas na figura. O ponto E é a interseção de BC com o prolongamento de AD , e o ponto F é a interseção de AB com a perpendicular a BD por E .



a) Qual é a medida do ângulo $\widehat{BDE}$?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Mostre que os triângulos ACE e AFE são congruentes.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Qual é a medida do ângulo $\widehat{BCD}$?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

6. Seis bolas idênticas foram numeradas de 1 a 6 e colocadas em uma caixa. Joaquim retira, uma a uma, quatro bolas da caixa e observa seus números, sem recolocá-las na caixa.

a) Qual é a probabilidade de que o menor número observado seja 1?



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Qual é a probabilidade de que o maior número observado seja 5?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Qual é a probabilidade de que o menor número observado seja 1 e o maior seja 5?

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Qual é a probabilidade de que o menor número observado saia na primeira bola retirada e o maior, na última bola?

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

RASCUNHO