

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
 - A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
 - Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
 - Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
- (A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
 - Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
 - Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
 - Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
 - Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



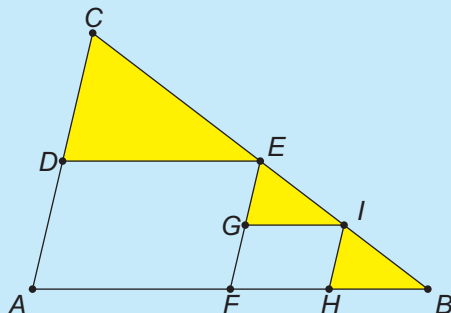
MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



1. Na figura abaixo, D , E e F são pontos médios dos lados do triângulo ABC , e G , H e I são pontos médios dos lados do triângulo FBE . A área do triângulo ABC é 48 cm^2 . Qual é a área da região destacada em amarelo?

- 16 cm^2
- 18 cm^2
- 20 cm^2
- 22 cm^2
- 24 cm^2



2. Se $a - b = 1$ e $ab = 1$, qual é o valor de $a^2 + b^2$?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

3. Um ponto está a 1 cm de uma figura quando a menor distância desse ponto aos pontos da figura é 1 cm. Celinha traçou com uma caneta vermelha todos os pontos que estão a 1 cm de distância do círculo da Figura 1. A seguir, ela fez o mesmo para a região quadrada da Figura 2. Qual é o desenho que ela vai obter se traçar todos os pontos que estão a 1 cm de distância da região poligonal da Figura 3?

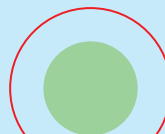


Figura 1

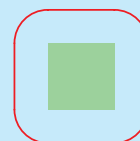


Figura 2



Figura 3

-
-
-
-
-

4. Zequinha tem três dados iguais, com letras **O**, **P**, **Q**, **R**, **S** e **T** em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra **T**?

- A) **S**
B) **R**
C) **Q**
D) **P**
E) **O**



5. Ana, Beatriz e Cristina treinam numa pista de corrida. Ana corre sempre com o dobro da velocidade de Beatriz e com o triplo da velocidade de Cristina. Um dia, Ana partiu do fim da pista, correndo em sentido contrário ao de suas amigas, no mesmo instante em que Beatriz e Cristina partiram do início da pista. Após o treino, Ana disse para suas amigas que tinha percorrido 20 metros desde o momento em que cruzou com Beatriz até o momento em que cruzou com Cristina. Quantos metros tem a pista?

- A) 200 metros
B) 220 metros
C) 240 metros
D) 300 metros
E) 360 metros



6. Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?

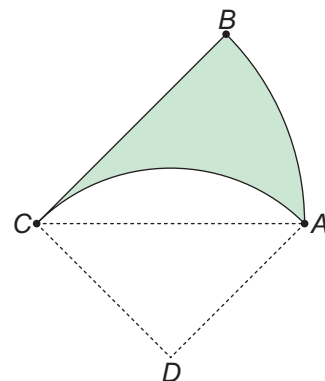
- A) 0
B) 1
C) 8
D) 10
E) 80

7. Se $f(x) = 5x^2 + ax + b$, com $a \neq b$, $f(a) = b$ e $f(b) = a$, qual é o valor de $a + b$?

- A) -5
B) $-\frac{1}{5}$
C) 0
D) $\frac{1}{5}$
E) 5

8. Na figura, o arco AC é um quarto de uma circunferência de centro D e o arco AB é um oitavo de uma circunferência de centro C . O segmento AD mede 2 cm. Qual é a área em cm^2 da região verde?

- A) 2
B) π
C) 4
D) 2π
E) 4π

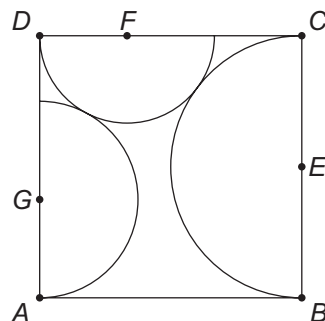


9. A maior potência de 2 que divide o produto $1 \times 2 \times \dots \times 2023 \times 2024$ é 2^{2017} . Qual é a maior potência de 2 que divide o produto $1 \times 2 \times \dots \times 4047 \times 4048$?

- A) 2^{2018}
B) 2^{4034}
C) 2^{4041}
D) 2^{6051}
E) 2^{8068}

10. No interior do quadrado $ABCD$ de lado 9 cm, foram traçadas as semicircunferências de centros E , F e G , tangentes como indicado na figura. Qual é a medida de AG ?

- A) $\frac{11}{5}$ cm
B) $\frac{18}{5}$ cm
C) $\frac{19}{5}$ cm
D) $\frac{11}{4}$ cm
E) $\frac{27}{8}$ cm



11. Em uma competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. Em determinada partida, um time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada um deles jogou a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada um deles jogou nessa partida?



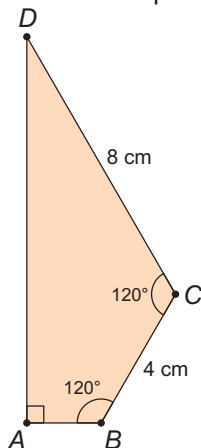
- A) 27 minutos e 30 segundos
- B) 30 minutos
- C) 37 minutos e 30 segundos
- D) 40 minutos
- E) 42 minutos e 30 segundos

12. Por duas vezes Benício juntou, como na figura, três dados com faces numeradas de 1 a 6, de tal modo que faces em contato tivessem o mesmo número. Em cada uma das vezes ele somou os números de todas as faces que não ficaram em contato entre si. A diferença entre as somas obtidas foi 16. Quais são os números das faces que nunca ficaram em contato entre si?



- A) 1 e 4
- B) 1 e 6
- C) 2 e 5
- D) 3 e 4
- E) 2 e 6

13. Na figura, os ângulos $\hat{A}BC$ e $\hat{B}CD$ medem 120° , o ângulo $\hat{B}AD$ é reto, e os segmentos BC e CD medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero $ABCD$ em cm^2 ?

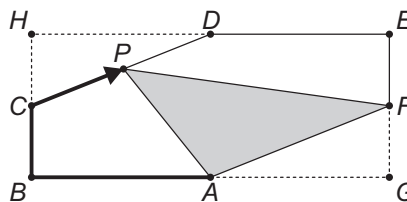


- A) $14\sqrt{3}$
- B) $28\sqrt{3}$
- C) $32\sqrt{3}$
- D) $36\sqrt{3}$
- E) $40\sqrt{3}$

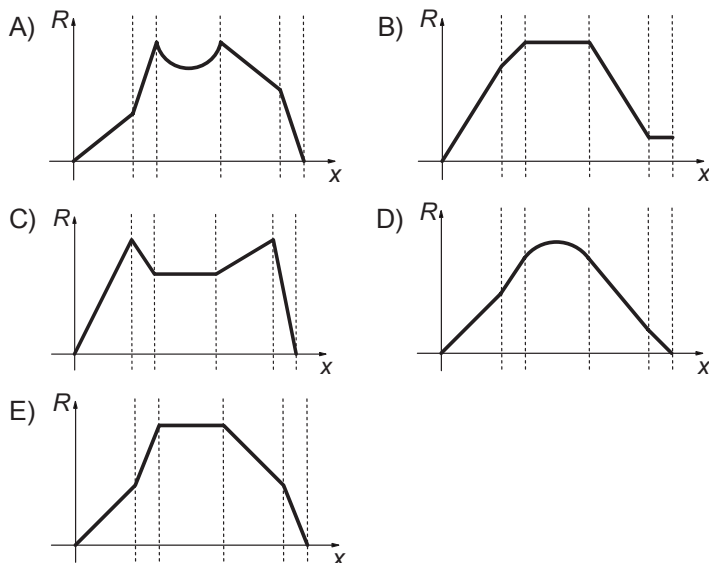
14. Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa?

- A) 11
- B) 14
- C) 21
- D) 22
- E) 23

15. Na figura abaixo, $BHEG$ é um retângulo com $BG > BH$, e A , C , D , F são pontos médios de seus respectivos lados. Um ponto P desloca-se ao longo da poligonal $ABCDEF$, partindo de A até o ponto F .



Qual é o gráfico que melhor representa a área $R(x)$ do triângulo APF em função da distância x percorrida pelo ponto P ao longo dessa poligonal?



16. João tem 148 copos dispostos em fila, cada um contendo um grão de feijão. Em etapas, João reduz a quantidade de copos da fila da seguinte maneira:



- se em uma etapa a quantidade de copos for par, ele coloca os feijões do último copo no primeiro, do penúltimo no segundo, do antepenúltimo no terceiro e assim por diante, descartando os copos vazios;
- se em uma etapa a quantidade de copos for ímpar, ele coloca os feijões do último copo no segundo, do penúltimo no terceiro, do antepenúltimo no quarto e assim por diante, também descartando os copos vazios.

Quando a fila se reduzir a dois copos, quantos feijões estarão no primeiro copo?

- A) 4
- B) 10
- C) 16
- D) 20
- E) 36

17. Ana e Beto foram os únicos candidatos na eleição para a presidência do grêmio estudantil da escola em que ambos estudam. Nessa eleição, votaram ao todo 1450 alunos. Durante a apuração, houve um momento em que Ana teve a certeza de que, ao final, ela teria pelo menos a metade dos votos válidos. Naquele momento, os percentuais eram os seguintes:

- votos não válidos: 20% dos votos apurados;
- votos em Ana: 60% dos votos válidos;
- votos em Beto: 40% dos votos válidos.

Quantos votos tinham sido apurados até aquele momento?

- A) 1110
- B) 1150
- C) 1200
- D) 1250
- E) 1300

18. Para quantos conjuntos $\{a, b, c\}$ de três números naturais é verdade que $a \times b \times c = 2310$?

- A) 24
- B) 30
- C) 32
- D) 36
- E) 40

19. Uma caixa contém nove bolas idênticas numeradas de 1 a 9. Uma primeira bola é sorteada, seu número é anotado e a bola é devolvida à caixa. Repete-se esse procedimento mais duas vezes, anotando-se também os números da segunda e terceira bolas sorteadas. Qual é a probabilidade de que a soma dos números nas duas primeiras bolas sorteadas não seja um múltiplo de 3 e a soma dos números nas três bolas sorteadas seja um múltiplo de 3?

- A) $\frac{2}{9}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{6}{9}$
- E) $\frac{7}{9}$

20. Sérgio quer numerar de 1 a 16 os triângulos da Figura 1 de tal modo que números consecutivos fiquem em triângulos que têm um lado comum. Por exemplo, ele pode numerar os triângulos como na Figura 2.

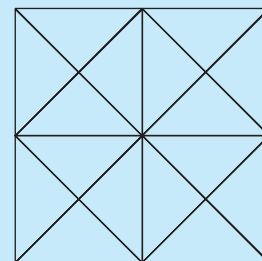


Figura 1

De quantas maneiras Sérgio pode fazer isso?

- A) 16
- B) 32
- C) 48
- D) 56
- E) 64

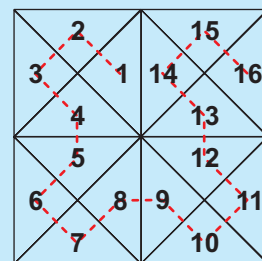


Figura 2