

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível
 8º e 9º anos do Ensino Fundamental
 2ª FASE – 16 de setembro de 2017

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

- Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
- Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
- Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você

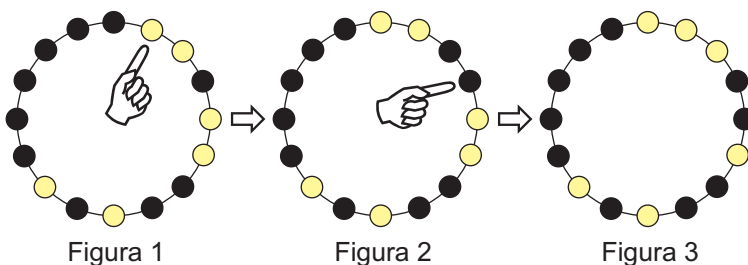
apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.

- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 - Não escreva nos espaços sombreados.
 - Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

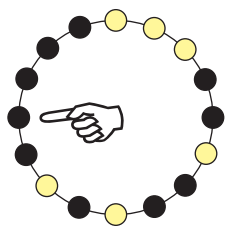
Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Dezesesseis botões pretos ou amarelos estão igualmente dispostos num círculo. Toda vez que apertamos um botão, seus dois vizinhos, e somente eles, mudam de cor. No exemplo ao lado, vemos o que acontece quando apertamos o botão amarelo indicado na Figura 1 e, depois, o botão preto indicado na Figura 2.



a) Quantos botões pretos haverá após apertarmos o botão indicado na figura abaixo?



Correção Regional

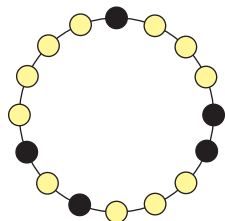
Correção Nacional

b) A partir de uma figura com 10 botões pretos e 6 amarelos, explique por que, independentemente de quantos e quais forem os botões apertados, o número de botões pretos sempre será par.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que, a partir da figura abaixo, é impossível apertar botões de forma que todos fiquem amarelos ao mesmo tempo.



Correção Regional

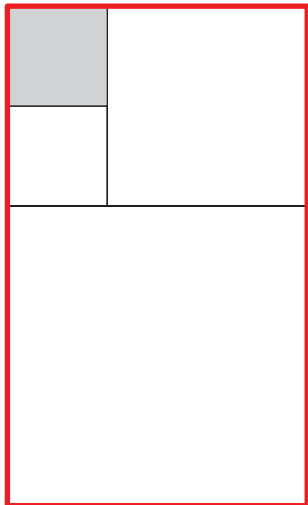
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Pedrinho juntou quatro quadrados, sem sobreposição, e obteve o retângulo de contorno destacado em vermelho na figura. A área do quadrado sombreado é 4 cm^2 .



a) Qual é a área do retângulo de contorno destacado em vermelho?

Correção
Regional

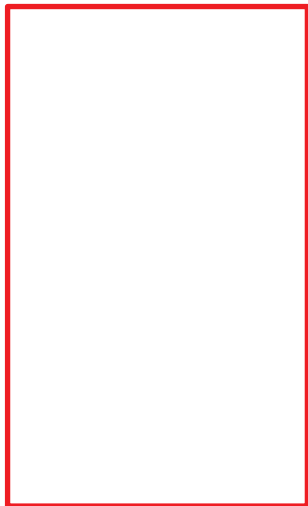
Correção
Nacional

b) Pedrinho juntou mais um quadrado à figura, também sem sobreposição, e obteve um novo retângulo de maior área possível. Qual é a área desse novo retângulo?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Pedrinho quer obter outro retângulo igual ao retângulo do enunciado (destacado em vermelho e reproduzido abaixo), mas agora juntando nove quadrados em vez de quatro. Desenhe, na figura, como ele pode fazer isso.



Correção
Regional

Correção
Nacional

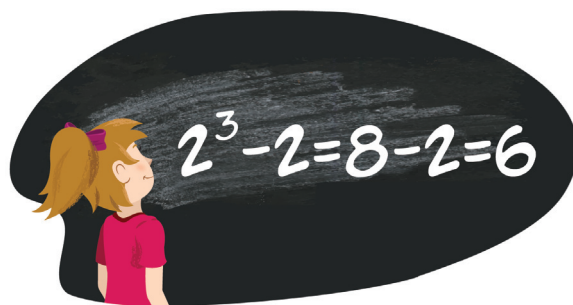
TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

3. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.

a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?



Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Correção Regional

Correção Nacional

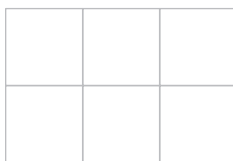
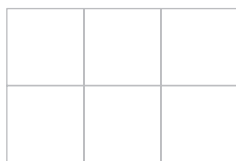
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Marcela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros quadriculados com peças retangulares e cada uma dessas peças cobre exatamente duas casas do tabuleiro.

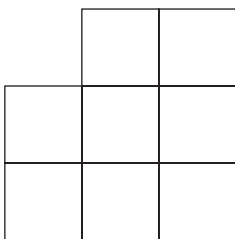
a) A figura abaixo mostra uma maneira de cobrir um tabuleiro 2×3 utilizando três peças. Desenhe as outras duas maneiras de cobrir com três peças o mesmo tabuleiro.



Correção
Regional

Correção
Nacional

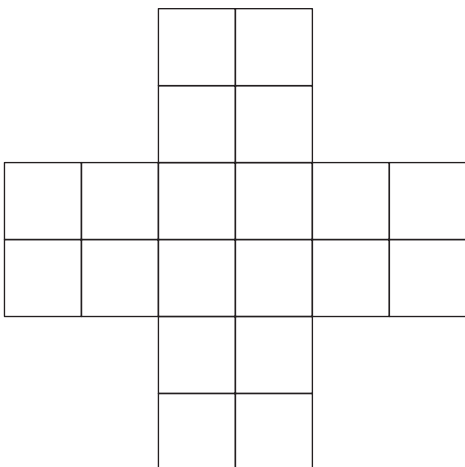
b) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com quatro peças o tabuleiro abaixo?



Correção
Regional

Correção
Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com dez peças o tabuleiro abaixo?



Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

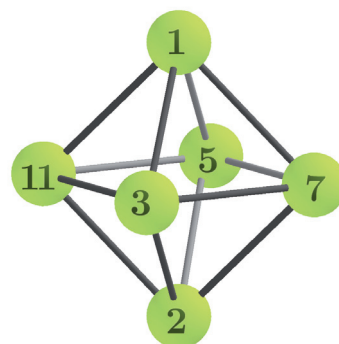
Correção
Regional

Correção
Nacional

5. Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio

$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1$$

ela obtém $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$.



a) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.

Correção Regional

Correção Nacional

b) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

Correção Regional

Correção Nacional

d) Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

6. Um número inteiro n é chamado de *bilegal* se n é maior do que 1 e n^2 é igual à soma de n inteiros positivos consecutivos. Por exemplo, 3 é bilegal, pois $3^2 = 9 = \underbrace{2 + 3 + 4}_{3 \text{ inteiros consecutivos}}$.



a) Verifique que 5 é bilegal.

Correção
Regional

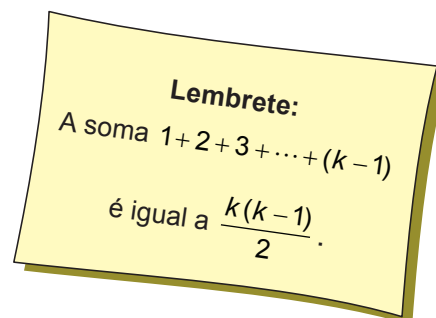
Correção
Nacional

b) Verifique que 4 não é bilegal.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Explique por que nenhum número par é bilegal e todo número ímpar maior do que 1 é bilegal.



Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

RASCUNHO

Operacionalização: