

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

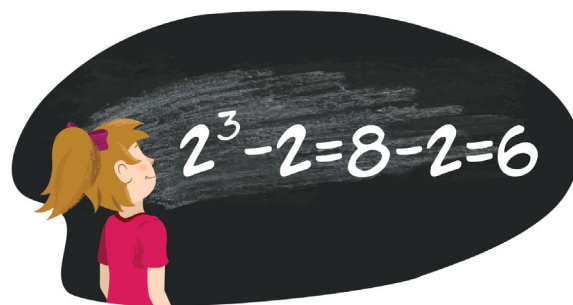
INSTRUÇÕES

- Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 - Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 - Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 - A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
 - A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 - A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 - Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 - Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 - Não escreva nos espaços sombreados.
 - Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.
- Boa prova!**

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.

a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?



Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Correção Regional

Correção Nacional

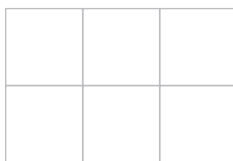
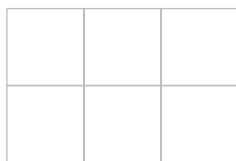
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Marcela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros quadriculados com peças retangulares e cada uma dessas peças cobre exatamente duas casas do tabuleiro.

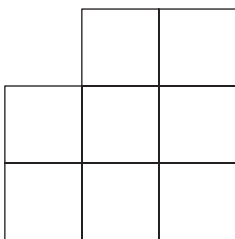
a) A figura abaixo mostra uma maneira de cobrir um tabuleiro 2×3 utilizando três peças. Desenhe as outras duas maneiras de cobrir com três peças o mesmo tabuleiro.



Correção
Regional

Correção
Nacional

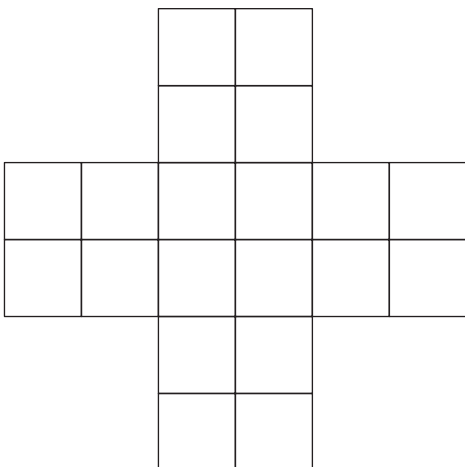
b) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com quatro peças o tabuleiro abaixo?



Correção
Regional

Correção
Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com dez peças o tabuleiro abaixo?



Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

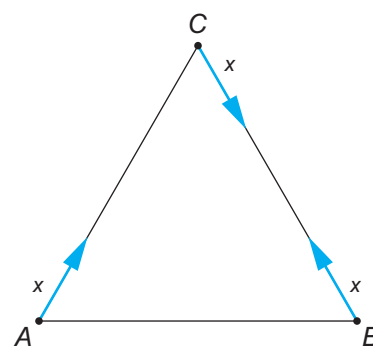
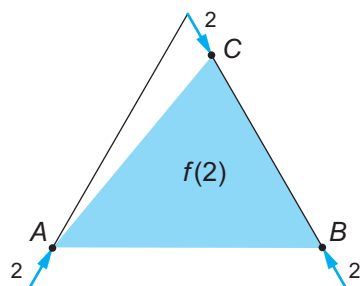
Correção
Regional

Correção
Nacional

3. O triângulo da figura ao lado é equilátero e seus lados medem 10 cm. Os pontos A , B e C , inicialmente nos vértices do triângulo, deslocam-se sobre seus lados, de um vértice a outro, com a mesma velocidade. Os pontos A e C deslocam-se no sentido horário, e o ponto B desloca-se no sentido anti-horário.

Seja x a distância em centímetros percorrida pelos pontos A , B e C , no intervalo $0 \leq x \leq 10$. Seja $f(x)$ a área do triângulo ABC quando x é tal que A , B e C formam um triângulo e $f(x) = 0$, caso contrário.

a) Calcule $f(2)$.



Correção Regional

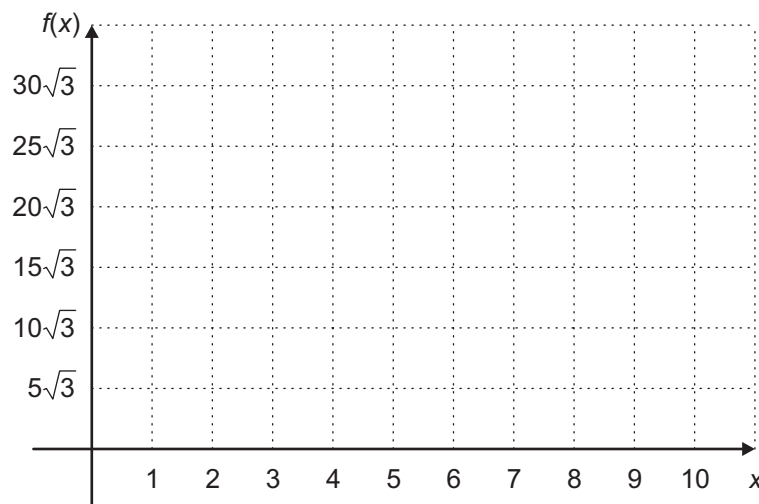
Correção Nacional

b) Para quais valores de x , $0 \leq x \leq 10$, tem-se $f(x) = 0$?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Esboce o gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$.



Correção Regional

Correção Nacional

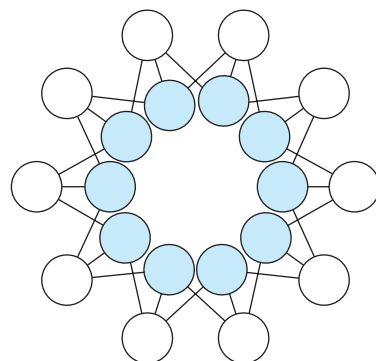
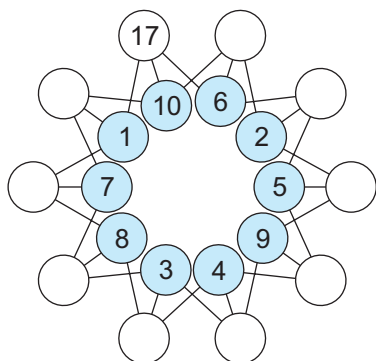
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Na figura ao lado, cada círculo branco está ligado a três círculos azuis, como indicado. Inicialmente todos os números de 1 a 10 devem ser distribuídos nos círculos azuis, em uma ordem qualquer. Em seguida, cada círculo branco deve ser preenchido com a soma dos três números nos círculos azuis ligados a ele.

a) Na figura abaixo é dada uma distribuição dos números de 1 a 10 nos círculos azuis. Um dos círculos brancos foi preenchido com o número 17, pois $17 = 1 + 10 + 6$. Preencha os demais círculos brancos.



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Explique por que não existe uma distribuição dos números de 1 a 10 nos círculos azuis de modo que nos círculos brancos só apareçam números menores do que 17.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Explique por que, independentemente da distribuição dos números de 1 a 10 nos círculos azuis, sempre existirão três círculos brancos tais que a soma de seus números é igual a 54.

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Explique por que não existe uma distribuição dos números de 1 a 10 nos círculos azuis de modo que nos círculos brancos só apareçam números menores do que 18.

Correção
Regional

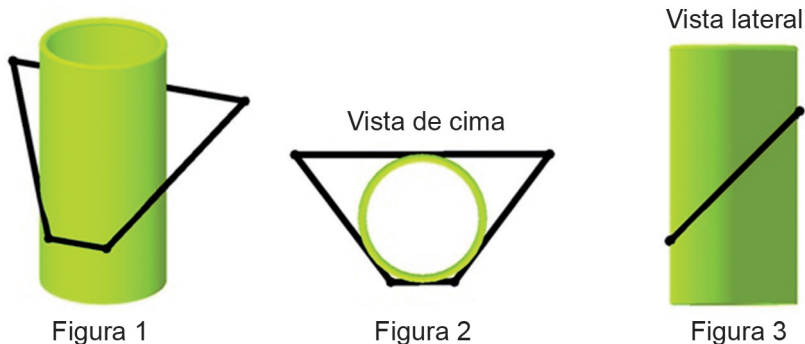
Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

5. A figura mostra três vistas de uma obra de arte feita com um pedaço de tubo circular reto e um trapézio isósceles de arame, fixado no tubo em quatro pontos.



Os lados paralelos do trapézio medem 6 cm e 24 cm, e ambos são paralelos ao plano que contém a base do cilindro. O plano que contém o trapézio faz ângulo de 45° com o plano que contém a base do cilindro.

a) Qual é o comprimento dos lados paralelos do trapézio da Figura 2?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual é o comprimento dos lados não paralelos do trapézio da Figura 2, reproduzida abaixo?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é o diâmetro do tubo?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Quantos centímetros de arame foram utilizados para construir o trapézio fixado no tubo?

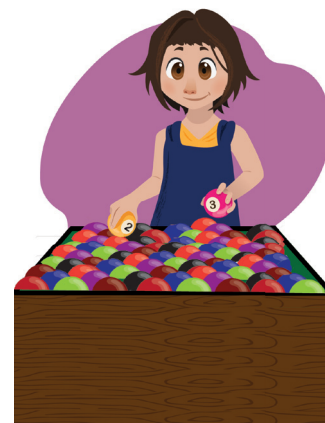
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

6. Joana retira bolas, sem reposição, de uma caixa com 2017 bolas numeradas de 1 a 2017.

a) Qual é a quantidade mínima de bolas que ela deve retirar para garantir que em pelo menos uma delas haja um número múltiplo de 3?



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Qual é a quantidade mínima de bolas que ela deve retirar para garantir que existam duas bolas com a soma de seus números igual a um múltiplo de 3?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Qual é a quantidade mínima de bolas que ela deve retirar para garantir que existam duas bolas de modo que a soma de seus números seja um múltiplo de 3 e sua diferença seja um múltiplo de 2?

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

RASCUNHO