


 15ª OLIMPIÁDA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2019

Nível
8.º e 9.º anos do Ensino Fundamental
2ª FASE – 28 de setembro de 2019

[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--

--



Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

Boa prova!

[illegible]

APOIO



REALIZAÇÃO

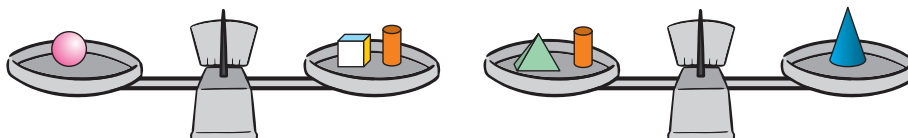


MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

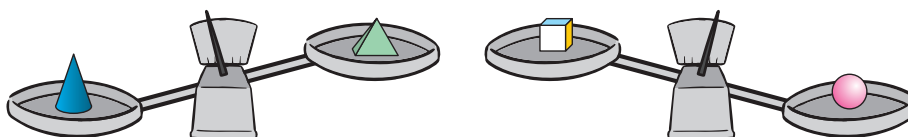
MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



1. Paulinho tem peças com cinco formas diferentes (cubos, pirâmides, esferas, cilindros e cones). Peças com a mesma forma têm o mesmo peso (massa). Ele coloca algumas peças numa balança de pratos e observa o equilíbrio nas duas situações abaixo.



a) Indique se as figuras abaixo representam situações certas ou erradas.



() certa
() errada

() certa
() errada

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual das figuras abaixo representa a situação correta?

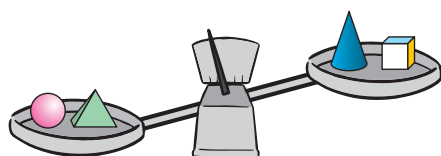


Figura A

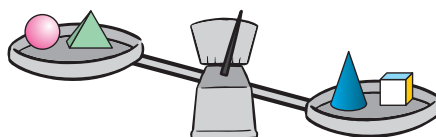


Figura B

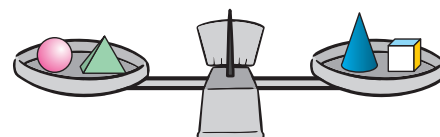
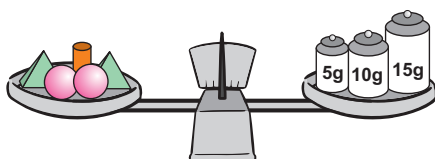


Figura C

Justificativa:

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Com alguns pesos conhecidos, Paulinho observou a situação de equilíbrio abaixo. Quanto pesam, juntos, um cubo, uma pirâmide, uma esfera, um cilindro e um cone?



Justificativa:

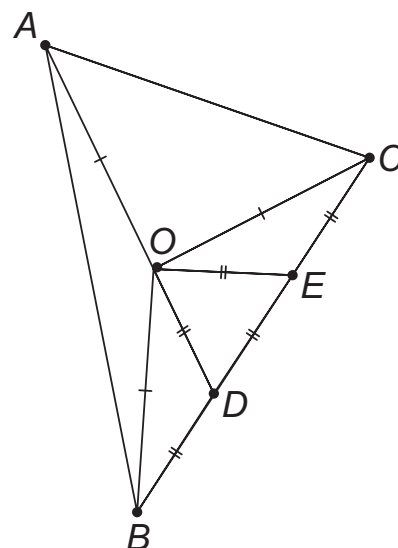
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

2. Na figura, $OA = OB = OC$. Os pontos A , O e D estão alinhados, e os pontos D e E no segmento BC são tais que $BD = DE = EC = OD = OE$.

a) Calcule a medida do ângulo $\widehat{ODE}$.



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Calcule a medida do ângulo $\widehat{BOE}$.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Calcule a medida do ângulo $\widehat{BAC}$.

Correção
Regional

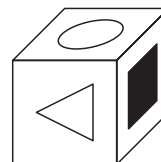
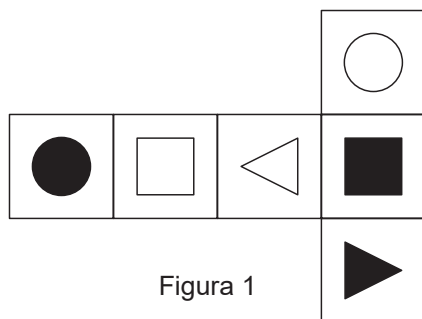
Correção
Nacional

TOTAL

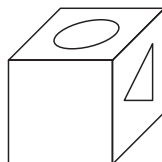
Correção
Regional

Correção
Nacional

3. A Figura 1 é uma planificação de um cubo. Fazendo as dobras necessárias e colando as arestas soltas, obtemos o cubo da Figura 2.

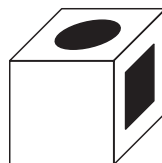
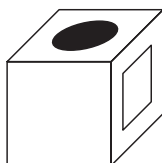


a) Em uma outra vista do mesmo cubo, mostrada abaixo, está faltando o desenho na face da frente. Faça esse desenho.



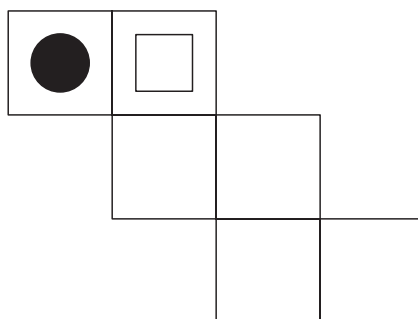
Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

b) Abaixo temos outras duas vistas do mesmo cubo, cada uma com a face da frente sem desenho. Faça os desenhos que faltam nessas faces.



Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) Abaixo temos uma outra planificação de um cubo. Faça, nessa planificação, os desenhos que estão faltando.



Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

4. A calculadora de Dario tem uma tecla especial. Se um número n diferente de 2 está no

visor e ele aperta a tecla especial, aparece o número $\frac{2 \times n}{n-2}$. Por exemplo, se o número 3

está no visor, ao apertar a tecla especial, aparece o número 6, pois $\frac{2 \times 3}{3-2} = 6$.

a) Se o número 6 está no visor, qual é o número que aparecerá se a tecla especial for apertada?



Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Explique por que, ao apertar duas vezes a tecla especial, Dario sempre obtém o número que estava inicialmente no visor.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Para quais valores no visor Dario obtém o mesmo número ao apertar a tecla especial uma única vez?

Correção
Regional

Correção
Nacional

d) Qual é o número que nunca será obtido ao apertar a tecla especial?

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

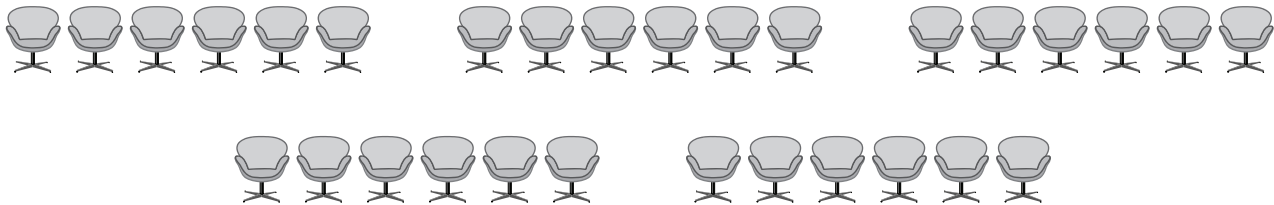
Correção
Regional

Correção
Nacional

5. Dizemos que uma fila de cadeiras de cinema está ocupada de forma *quase-cheia* quando não há duas cadeiras consecutivas ocupadas, mas a próxima pessoa a chegar será obrigada a sentar-se ao lado de uma cadeira já ocupada. Uma fila de 5 cadeiras tem exatamente quatro ocupações quase-cheias, mostradas abaixo. As cadeiras marcadas com **X** indicam que elas estão ocupadas.



a) Uma fila de 6 cadeiras possui cinco ocupações quase-cheias. Marque com **X** as cadeiras dessas ocupações.



Correção Regional

Correção Nacional

b) Quantas são as ocupações quase-cheias em uma fila de 8 cadeiras em que a segunda cadeira já está ocupada?



Correção Regional

Correção Nacional

c) A tabela abaixo apresenta o número de ocupações quase-cheias para algumas filas de cadeiras. Calcule o total de ocupações quase-cheias em uma fila com 19 cadeiras. Justifique.

Número de cadeiras da fila	5	6	...	16	17	18	19
Número de ocupações quase-cheias	4	5	...	86	114	151	

Correção Regional

Correção Nacional

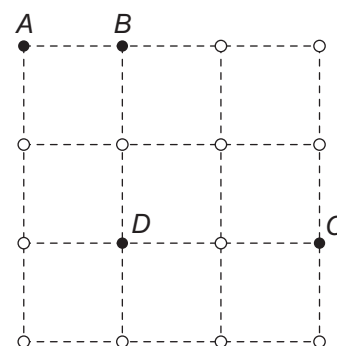
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

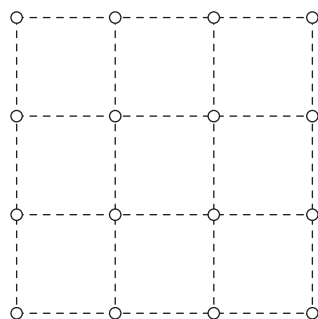
6. Um triângulo com vértices em três dos 16 pontos do quadriculado ao lado é chamado de *torto* quando, no máximo, um de seus lados está sobre as linhas do quadriculado. Por exemplo, o triângulo ABC é torto e o triângulo ABD não é torto.

a) Diga se cada um dos triângulos ACD e BCD da figura ao lado são tortos ou não.



Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

b) Marque seis pontos no quadriculado de tal forma que qualquer triângulo com vértices em três desses pontos seja torto.



Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) Explique por que, independentemente de como sete pontos sejam marcados no quadriculado, sempre vai existir um triângulo que não é torto com vértices nesses pontos.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

RASCUNHO

Operacionalização:

 Fundação
Carlos Chagas