



16ª OLIMPIÁDA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS

OBMEP

Somando novos talentos para o Brasil

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

Nome completo do(a) aluno(a)

[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

--

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--

--

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--



**Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!**

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios

que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.

8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

REALIZAÇÃO

1. Gabriel gosta de preencher quadriculados 3×3 com números de forma que quaisquer três deles, alinhados na horizontal, vertical ou diagonal, tenham a seguinte propriedade: o número central deve ser a média aritmética dos seus dois vizinhos.

19	11	3	$11 = \frac{19 + 3}{2}$	$22 = \frac{19 + 25}{2}$	$14 = \frac{19 + 9}{2}$
22	14	6	$14 = \frac{22 + 6}{2}$	$14 = \frac{11 + 17}{2}$	$14 = \frac{25 + 3}{2}$
25	17	9	$17 = \frac{25 + 9}{2}$	$6 = \frac{3 + 9}{2}$	

- a) Complete o preenchimento do quadriculado abaixo, iniciado por Gabriel.

2		14
10		

CR

CN

- b) Preencha o quadriculado abaixo seguindo a mesma instrução indicada anteriormente.

	7	
9		
		20

CR

CN

- c) Qual será a soma dos nove números do quadriculado abaixo após Gabriel terminar de preenchê-lo?

14		30

CR

CN

TOTAL

CR

CN

2. Joãozinho fez todas as divisões possíveis com dois números diferentes pertencentes ao conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Por exemplo, com os números 2 e 5, ele fez as seguintes divisões: $\frac{2}{5}$ (obteve como resultado 0,4) e $\frac{5}{2}$ (obteve como resultado 2,5).

a) Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número inteiro?

CR

CN

b) Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número maior do que 0,5?

CR

CN

c) Quantos resultados diferentes foram obtidos por Joãozinho?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

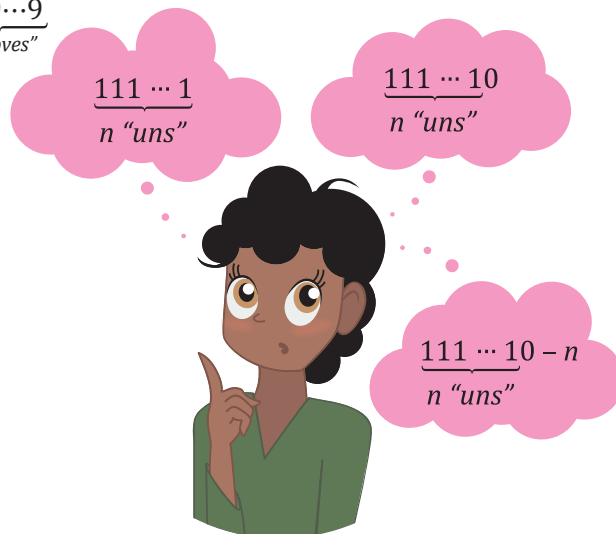
3. Julieta calcula as somas do tipo $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{n \text{ "noves"}}$

da seguinte maneira: ela pensa no número $\underbrace{111\dots1}_{n \text{ "uns"}}$,

multiplica-o por 10 e subtrai n .

Por exemplo,

$$9 + 99 + 999 + 9999 + 99999 = \underbrace{111110}_{5 \text{ "uns"}} - 5 = 111105.$$



a) Calcule a soma $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{7 \text{ "noves"}}$

da mesma maneira que Julieta.

CR	CN
----	----

b) Quantos algarismos 0 há no resultado da soma $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{2021 \text{ "noves"}}$?

CR	CN
----	----

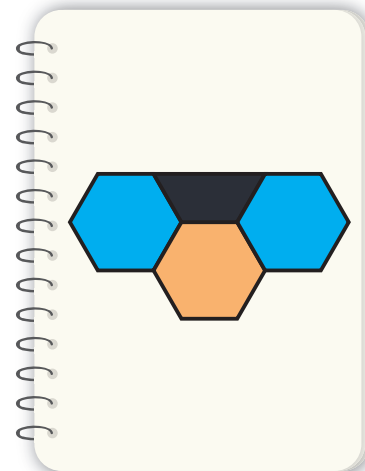
c) Explique por que a maneira como Julieta calcula essas somas é correta.

CR	CN
----	----

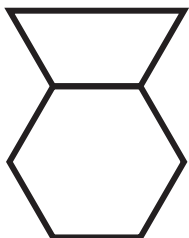
TOTAL

CR	CN
----	----

4. Maria pinta, em seu caderno, figuras formadas por trapézios e hexágonos. Cada hexágono pode ser pintado de azul, bege ou cinza, e cada trapézio, de azul ou preto. Polígonos com um lado em comum não podem ter a mesma cor. A figura ao lado é um exemplo de uma pintura feita por Maria.



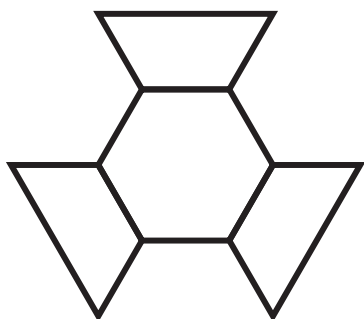
a) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

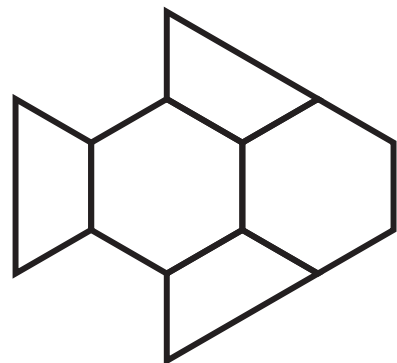
b) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

c) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

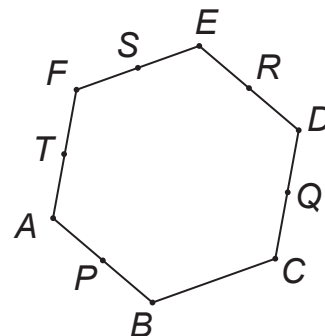
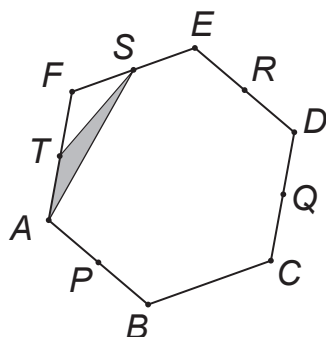
TOTAL

CR

CN

5. A figura ao lado mostra um hexágono regular $ABCDEF$ e os pontos médios P , Q , R , S e T dos lados AB , CD , DE , EF e FA , respectivamente.

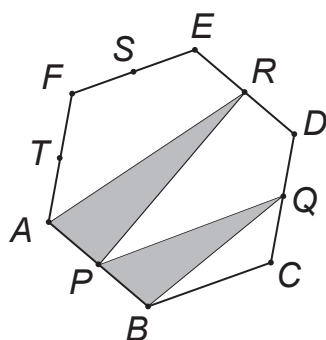
a) Se a área do triângulo AST for igual a 1 cm^2 , qual será a área do triângulo FTS ?



CR

CN

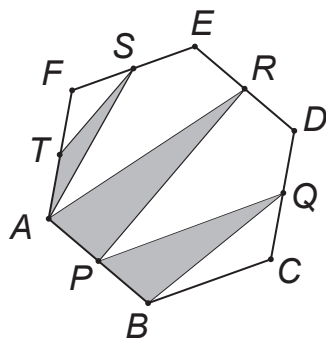
b) Qual é a razão entre as áreas dos triângulos APR e PBQ ?



CR

CN

c) Qual é a razão entre as áreas sombreada e não sombreada na figura abaixo?



CR

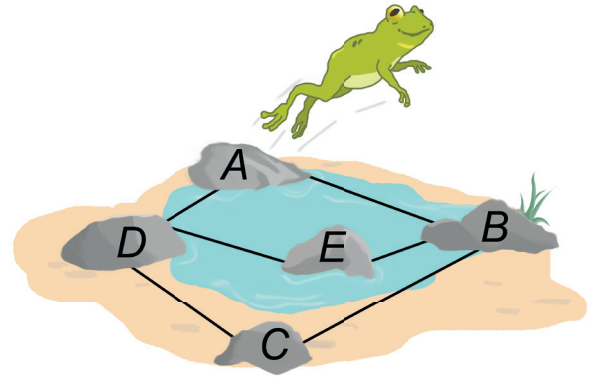
CN

TOTAL

CR

CN

6. Cinco pedras, A , B , C , D e E , estão dispostas como na figura. Kiko, o sapo simpático, pula de uma pedra para outra somente se elas estiverem ligadas por um segmento. Assim, ele pode pular, partindo de A , para B ou D , mas não para E ou C . Por exemplo, começando em A e terminando em D , ele pode realizar o seguinte passeio de 5 pulos: $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow D$.



a) Quantos são os passeios de três pulos que Kiko pode fazer começando em A e terminando em B ?

CR

CN

b) Kiko quer fazer um passeio de 1001 pulos, começando em A . Em quais pedras ele poderá terminar esse passeio? Justifique sua resposta.

CR

CN

c) Quantos são os passeios de 2020 pulos que Kiko pode fazer começando em A e terminando em C ?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO