

1. Gabriel gosta de preencher quadriculados 3×3 com números de forma que quaisquer três deles, alinhados na horizontal, vertical ou diagonal, tenham a seguinte propriedade: o número central deve ser a média aritmética dos seus dois vizinhos.

19	11	3	$11 = \frac{19 + 3}{2}$	$22 = \frac{19 + 25}{2}$	$14 = \frac{19 + 9}{2}$
22	14	6	$14 = \frac{22 + 6}{2}$	$14 = \frac{11 + 17}{2}$	$14 = \frac{25 + 3}{2}$
25	17	9	$17 = \frac{25 + 9}{2}$	$6 = \frac{3 + 9}{2}$	

- a) Complete o preenchimento do quadriculado abaixo, iniciado por Gabriel.

2		14
10		

CR

CN

- b) Preencha o quadriculado abaixo seguindo a mesma instrução indicada anteriormente.

	7	
9		
		20

CR

CN

- c) Qual será a soma dos nove números do quadriculado abaixo após Gabriel terminar de preenchê-lo?

14		30

CR

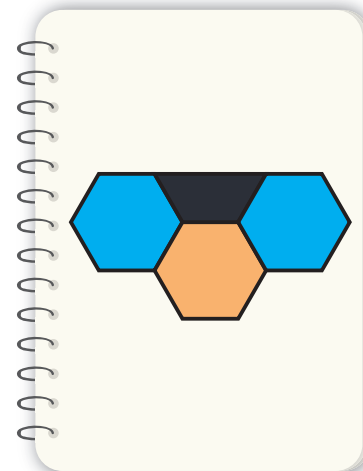
CN

TOTAL

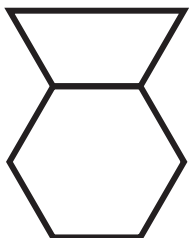
CR

CN

2. Maria pinta, em seu caderno, figuras formadas por trapézios e hexágonos. Cada hexágono pode ser pintado de azul, bege ou cinza, e cada trapézio, de azul ou preto. Polígonos com um lado em comum não podem ter a mesma cor. A figura ao lado é um exemplo de uma pintura feita por Maria.



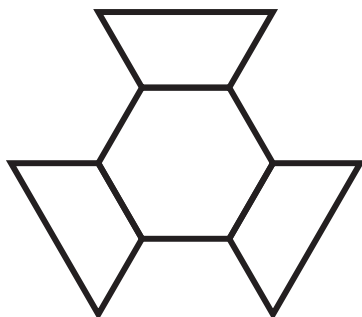
a) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

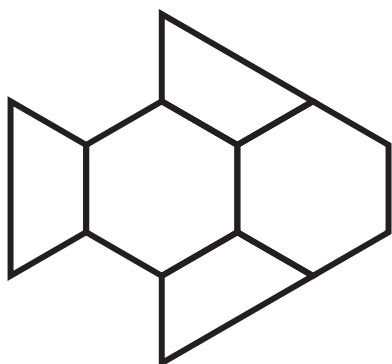
b) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

c) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

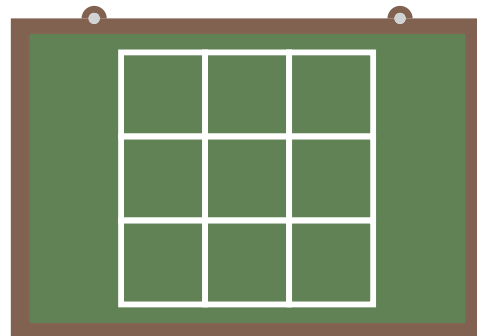
CN

TOTAL

CR

CN

3. Os números de 1 a 9 são distribuídos ao acaso e sem repetição nas casas do quadriculado desenhado na lousa ao lado.



a) Qual é a probabilidade de que a casa central seja preenchida com um número ímpar?

CR	CN
----	----

b) Qual é a probabilidade de que o quadriculado tenha uma coluna preenchida apenas com números pares?

CR	CN
----	----

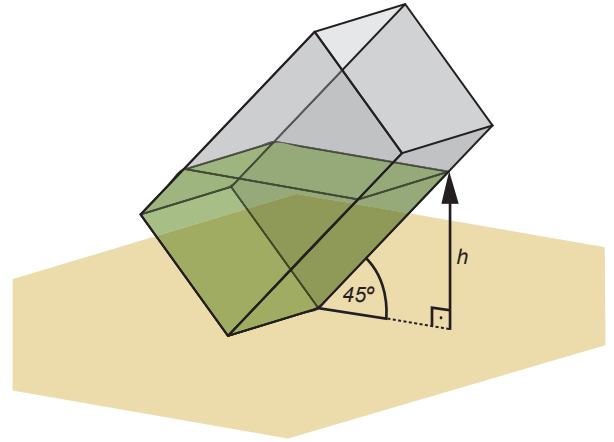
c) Qual é a probabilidade de que o quadriculado tenha uma linha e uma coluna preenchidas apenas com números ímpares?

CR	CN
----	----

TOTAL

CR	CN
----	----

4. Uma lata medindo $20\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$, sem tampa, é sustentada por um suporte, de modo que uma de suas arestas mais curtas fique apoiada no plano horizontal e as arestas mais longas formem um ângulo de 45° com o plano horizontal, conforme mostra a figura. Suponha que um líquido seja colocado na lata, até a altura h em relação ao plano horizontal, também como indicado na figura.



- a) Qual é o volume total da lata?

CR

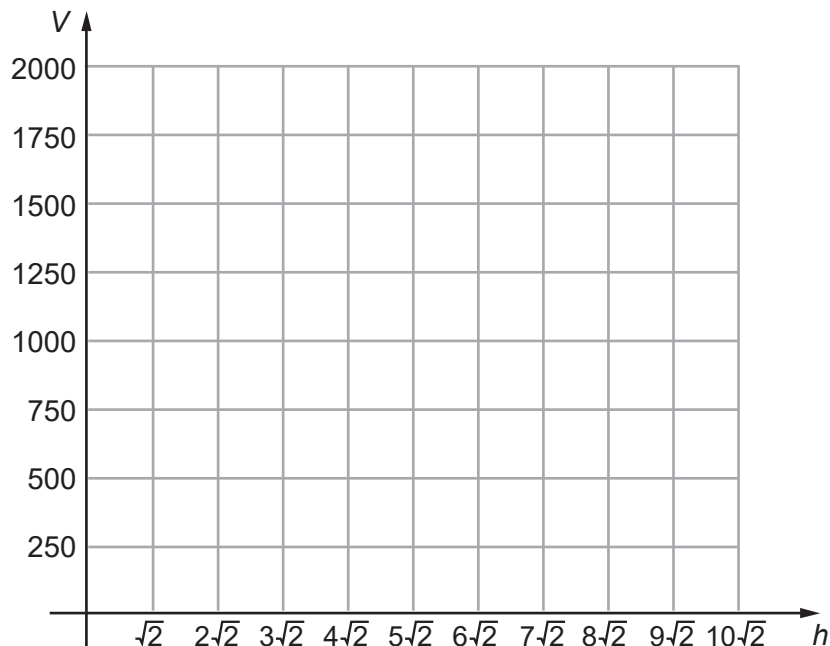
CN

- b) Explique por que a altura máxima que o líquido vai atingir é $10\sqrt{2}\text{ cm}$ e calcule o volume de líquido na lata quando essa altura é atingida.

CR

CN

- c) Faça o gráfico da função V , que fornece o volume $V(h)$ de líquido na lata, em cm^3 , quando sua superfície está na altura h , em cm.



CR

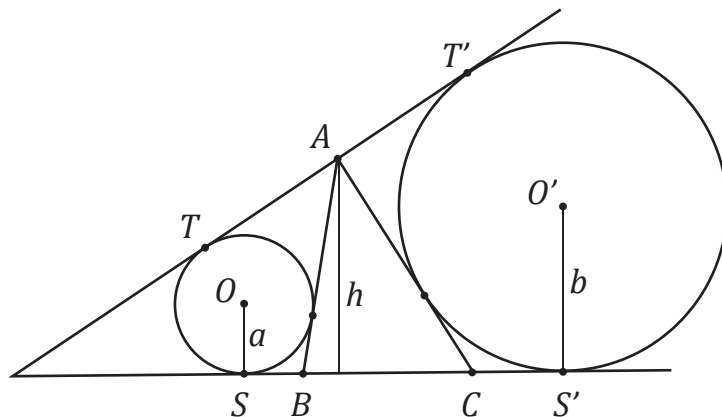
CN

TOTAL

CR

CN

5. Na figura, as circunferências de raios a e b , centradas em O e O' , são tangentes aos lados do ângulo em S e T e em S' e T' , respectivamente. Elas também tangenciam os lados AB e AC de um triângulo ABC , em que A pertence a TT' e BC está contido em SS' . Esse triângulo ABC tem altura h relativa à base BC .



- a) Calcule o perímetro do triângulo ABC quando $SS' = 10$.

CR

CN

- b) Denote as áreas dos triângulos ABC , ABO e ACO' por A_1 , A_2 e A_3 , respectivamente. Explique por que a área do hexágono $OSS'O'T'T$ é dada por $A_1 + 2A_2 + 2A_3$.

CR

CN

- c) Mostre que a área do triângulo ABC é $A_1 = \frac{1}{2} [(b-a) \cdot AB + (a-b) \cdot AC + (a+b) \cdot BC]$.

CR

CN

- d) Mostre que, se $AB = AC$, então $h = a + b$.

CR

CN

TOTAL

CR

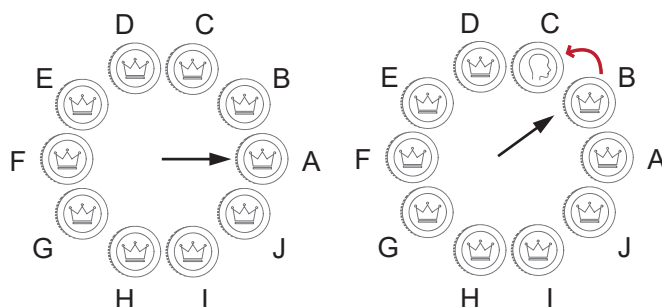
CN

6. Em cada uma das dez posições marcadas com as letras de A a J na figura abaixo, é colocada uma moeda. Inicialmente, todas as dez moedas são colocadas com a face coroa voltada para cima e um ponteiro aponta para a posição A. Esse ponteiro começa a se movimentar no sentido anti-horário, saltando de uma posição para a outra mais próxima.

Após cada salto,

- se o ponteiro apontar para uma moeda com a face cara para cima, nada acontece;
- se o ponteiro apontar para uma moeda com a face coroa para cima, deve-se, então, virar a moeda seguinte.

Por exemplo, após o primeiro salto, o ponteiro aponta para a posição B (coroa) e a moeda na posição C é virada, ficando com a face cara para cima.



a) Como ficarão as moedas nas posições C e D logo após o segundo salto do ponteiro?

CR	CN
----	----

b) Em quais posições as moedas ficarão com as faces coroa para cima após o décimo segundo salto?

CR	CN
----	----

c) Explique por que nunca todas as moedas ficarão com a face cara voltada para cima.

CR	CN
----	----

d) Explique por que todas as moedas ficarão novamente com a face coroa voltada para cima após algum salto futuro do ponteiro.

CR	CN
----	----

TOTAL

CR	CN
----	----

RASCUNHO