

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 3
Ensino Médio

2ª Fase - 08 de outubro de 2022

Nome completo do(a) aluno(a)																																		
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)																																		
Complemento (casa, apartamento, bloco)															Bairro																			
Cidade																									UF/Estado					CEP				
Endereço eletrônico (e-mail)																									DDD					Telefone				
Assinatura																									DDD					Telefone (outro)				

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou à caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO



REALIZAÇÃO



MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

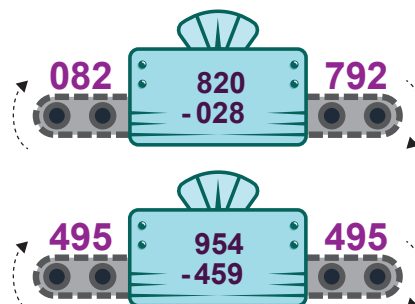
MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



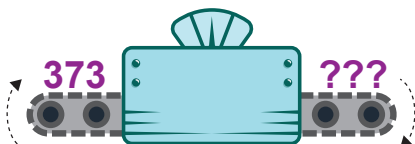
1. Uma máquina transforma um número de três algarismos, não todos iguais e podendo ter zeros à esquerda, em outro número de três algarismos (podendo ter zeros à esquerda) da seguinte forma:

- I. ordena os algarismos do número em ordem decrescente;
- II. ordena os algarismos do número em ordem crescente;
- III. calcula a diferença entre os números obtidos em I e II.

Por exemplo, observe na figura as transformações $082 \rightarrow 792$ e $495 \rightarrow 495$.



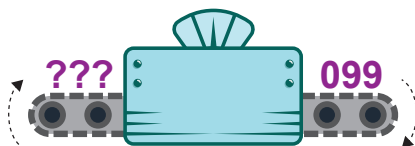
- a) Qual é o número que sai da máquina se a entrada for 373?



CR

CN

- b) Encontre um número que é transformado pela máquina no número 099.



CR

CN

- c) Em qualquer número que sai da máquina, o algarismo das dezenas é igual a 9 e a soma do algarismo das unidades com o das centenas também é igual a 9. Explique por que isso ocorre.

CR

CN

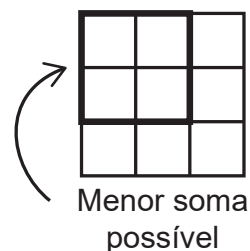
TOTAL

CR

CN

2. Marco preenche quadriculados 3×3 com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sem repetir nenhum deles.

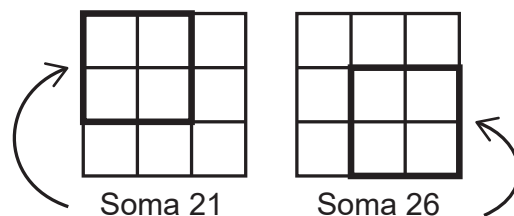
- a) Marco preencheu um quadriculado de forma que os quatro números escritos no quadrado 2×2 destacado têm a menor soma possível. Qual é a soma dos cinco números escritos fora desse quadrado?



CR

CN

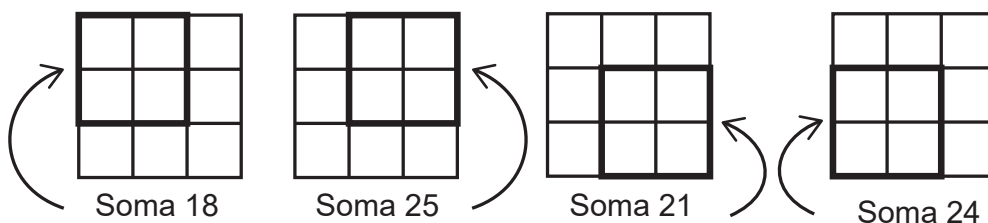
- b) Marco conseguiu preencher outro quadriculado de modo que a soma dos números escritos em um dos quadrados 2×2 destacados é 21 e, no outro, 26. As duas figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual é o menor número que Marco pode ter escrito na casa central do quadriculado?



CR

CN

- c) Marco conseguiu preencher um terceiro quadriculado de modo que as somas dos números escritos nos quatro quadrados 2×2 destacados são 18, 25, 21 e 24. Além disso, a soma dos números escritos nos quatro cantos do quadriculado 3×3 é 16. As quatro figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual foi o número que Marco escreveu na casa central?



CR

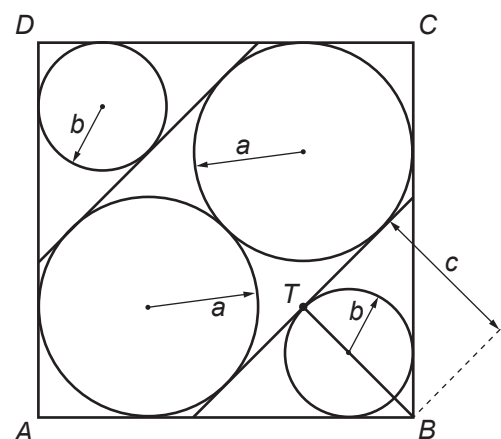
CN

TOTAL

CR

CN

3. A figura ao lado mostra um quadrado $ABCD$ de lado 1 e quatro circunferências, todas tangentes aos lados do quadrado e aos segmentos, como indicado. O raio das duas circunferências maiores é a , e o raio das duas circunferências menores é b . O segmento BT tem medida c .



- a) Mostre que a diagonal do quadrado mede $2(a + c)$.

CR

CN

- b) Mostre que $a = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

CR

CN

- c) Qual é o valor de b ?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

4. Um número natural é chamado de *zerímpar* quando possui uma quantidade ímpar de algarismos zero. Por exemplo, 32021 e 8000 são zerímpares, enquanto 17 e 2040 não são.

a) Quantos são os números zerímpares de 2 algarismos?

CR

CN

b) Quantos são os números zerímpares de 3 algarismos?

CR

CN

c) Sabendo que há exatamente 2196 números zerímpares de 4 algarismos, calcule o número de zerímpares de 5 algarismos.

CR

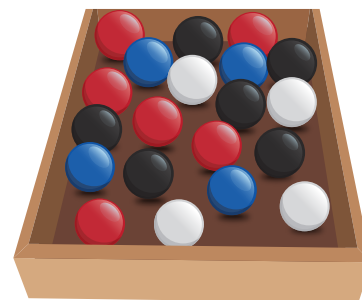
CN

TOTAL

CR

CN

5. Uma caixa contém 4 bolas brancas, 4 azuis, 6 vermelhas e 6 pretas, idênticas a menos da cor. Sem olhar, bolas são retiradas uma a uma da caixa, sem devolução, até que seja retirada a primeira bola branca.



- a) Qual é a probabilidade de que uma bola branca saia logo na primeira retirada?

CR

CN

- b) Qual é a probabilidade de que, antes de tirar a primeira bola branca, saia pelo menos uma bola preta?

CR

CN

- c) Qual é a probabilidade de que, entre as bolas que saíram antes da primeira bola branca, haja exatamente uma bola vermelha?

CR

CN

TOTAL

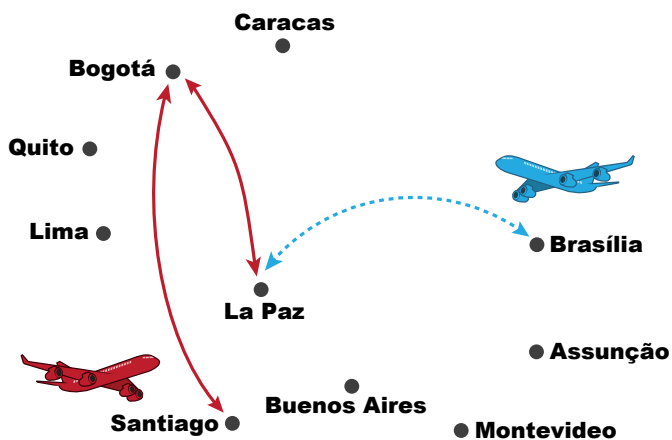
CR

CN

6. Duas companhias aéreas, CONTI e TRACE, conectam 10 capitais da América do Sul. O diagrama apresenta alguns voos realizados pelas companhias, sendo CONTI representada por uma linha contínua vermelha e TRACE por uma linha tracejada azul.

Os voos estão planejados do seguinte modo:

- dadas duas capitais quaisquer, apenas uma das companhias realiza voos diretos entre elas, em ambos os sentidos;
- entre Brasília e La Paz não é possível fazer viagens usando apenas a CONTI, mesmo fazendo conexões em outras capitais.



- a) Qual das companhias faz voos diretos entre Santiago e Brasília? Justifique sua resposta.

CR

CN

- b) Explique por que é possível viajar entre Buenos Aires e Brasília usando apenas a empresa TRACE.

CR

CN

- c) Dadas duas capitais quaisquer, explique por que sempre é possível viajar entre elas usando apenas a companhia TRACE, fazendo no máximo uma conexão em La Paz ou Brasília.

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO