

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu **nome completo, data de nascimento, telefone com DDD, CPF, e-mail, ano e turno em que estuda e sexo**. E lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou à caneta esferográfica azul ou preta (é preferível à caneta).



5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

APOIO



SBM

REALIZAÇÃO



Instituto de Matemática
Pura e Aplicada

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

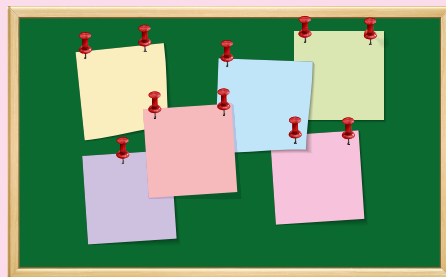
MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÃO



UNião e Reconstrução

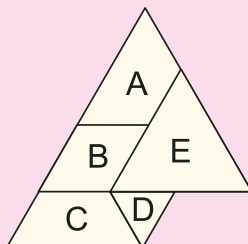
1. Qual é o maior número de alfinetes que podem ser retirados do painel preso em uma parede, de modo que nenhum pedaço de papel caia no chão?

- (A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6



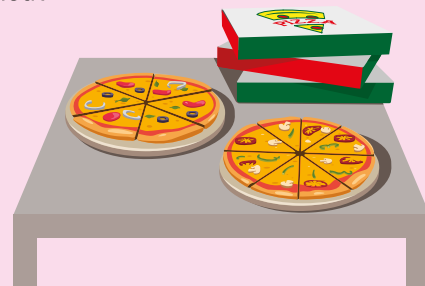
2. Cinco cartões iguais A, B, C, D e E, em forma de triângulo equilátero, foram colados em uma cartolina, um por vez. A figura mostra como ficaram esses cartões. Qual foi o terceiro cartão colado?

- (A) A
(B) B
(C) C
(D) D
(E) E



3. Nove amigos comeram 5 pizzas, algumas cortadas em 6 fatias e outras cortadas em 8 fatias. Todos comeram o mesmo número de fatias e não sobrou nada. Quantas fatias cada um comeu?

- (A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7
(E) 8

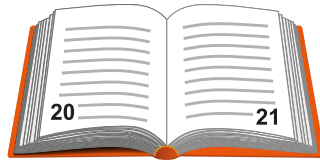


4. José utilizou exatamente 2023 peças quadradas de 1 cm de lado para preencher vários tabuleiros retangulares de 7 cm por 17 cm. Quantos tabuleiros José conseguiu preencher?

- (A) 717
(B) 177
(C) 117
(D) 71
(E) 17

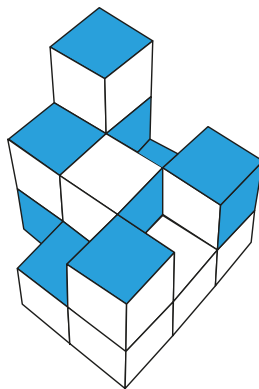
5. Janaína resolveu ler um livro de 105 páginas dia sim, dia não. Nos dias de leitura, ela lê sempre o mesmo número de páginas. Ela começou a ler o livro na sexta-feira e leu até a 21ª página na terça-feira seguinte. Em que dia da semana ela vai terminar o livro?

- (A) quarta-feira
- (B) quinta-feira
- (C) sexta-feira
- (D) sábado
- (E) domingo



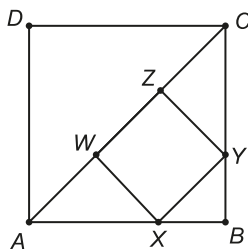
6. José empilhou 14 cubos com faces brancas ou azuis, conforme mostra a figura. Quantos desses cubos podem ter todas as faces azuis?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5



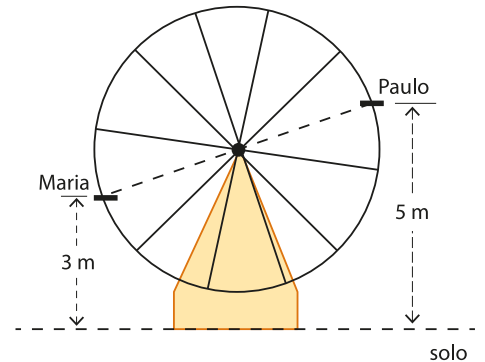
7. Qual é a razão entre as áreas dos quadrados $XYZW$ e $ABCD$ da figura?

- (A) $2/9$
- (B) $1/8$
- (C) $3/4$
- (D) $5/9$
- (E) $2/3$



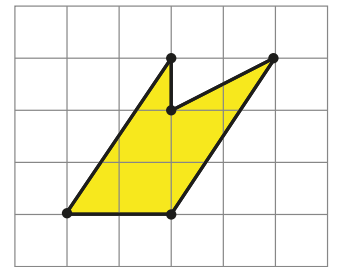
8. O desenho mostra uma roda gigante com Maria e Paulo sentados em cadeiras diametralmente opostas. Quando Maria está a 3 metros de altura com relação ao solo, Paulo encontra-se a 5 metros de altura. Qual será a altura de Paulo quando Maria estiver a 7 metros do solo?

- (A) 0,5 m
- (B) 1 m
- (C) 1,5 m
- (D) 2 m
- (E) 2,5 m



9. A área do polígono amarelo com vértices em pontos do quadriculado é 30 cm^2 . Qual é a área, em cm^2 , de cada quadradinho do quadriculado?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6



10. Se $ab = \frac{1}{2}$, $bc = \frac{1}{3}$ e $ac = \frac{1}{6}$, qual é o valor de $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$?

- (A) 10
- (B) 12
- (C) 14
- (D) 16
- (E) 20

11. Quantos são os números $\underline{A} \underline{B} \underline{C}$ de três algarismos distintos tais que o número $\underline{A} \underline{B}$, de dois algarismos, seja divisor de $\underline{A} \underline{B} \underline{C}$?

- (A) 1
- (B) 36
- (C) 72
- (D) 80
- (E) 144

12. Quatro números inteiros positivos, não necessariamente distintos, estão escritos em um quadro. O produto deles é 2048 e a soma é 67. Qual é a menor soma possível de três desses números?

- (A) 3
- (B) 35
- (C) 51
- (D) 59
- (E) 64

13. As idades de três crianças são 7, 8 e 9 anos. Na figura, vemos a resposta de cada uma delas, quando perguntadas sobre suas idades. A criança com 8 anos foi a única que mentiu.

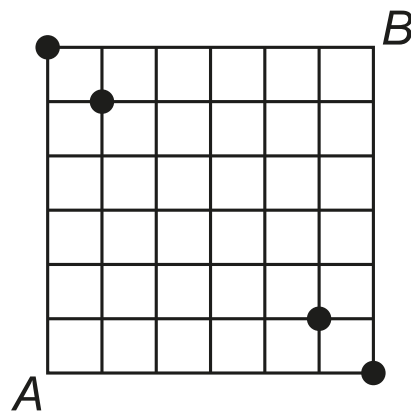


A criança mais velha e a criança mais nova são, nessa ordem,

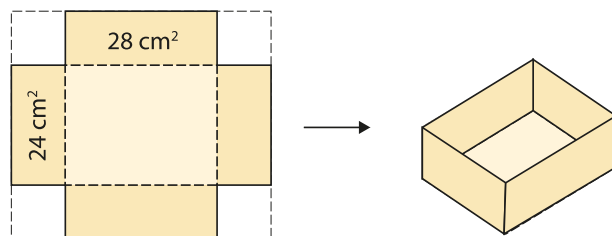
- (A)  e 
- (B)  e 
- (C)  e 
- (D)  e 
- (E)  e 

14. Uma formiga, inicialmente no vértice A , anda sobre as linhas do quadriculado da figura, sempre para a direita ou para cima, até chegar ao vértice B . De quantas maneiras ela pode fazer isso passando por algum dos quatro pontos destacados?

- (A) 4
- (B) 32
- (C) 36
- (D) 64
- (E) 74



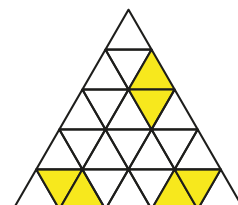
15. Elisa cortou 4 quadrados iguais dos cantos de um cartão retangular para montar uma caixa sem tampa. As faces laterais da caixa têm áreas 24 cm^2 ou 28 cm^2 , conforme a figura. O volume da caixa é 168 cm^3 . Qual era a área do cartão antes de ser cortado?



- (A) 42 cm^2
- (B) 110 cm^2
- (C) 200 cm^2
- (D) 210 cm^2
- (E) 672 cm^2

16. A malha triangular da figura é formada por 25 triângulos equiláteros. Com dois desses triângulos vizinhos obtemos um losango, como os destacados em amarelo na figura. Quantos losangos podem ser formados dessa maneira?

- (A) 25
- (B) 30
- (C) 36
- (D) 42
- (E) 45



17. Tia Zélia tem 10 sobrinhos e Mariana é a sobrinha mais velha. Tia Zélia notou que todos os seus sobrinhos têm idades diferentes e que a soma de suas idades é 110 anos. Qual é a menor idade que Mariana pode ter?

- (A) 12
- (B) 14
- (C) 15
- (D) 16
- (E) 18

18. Alice, Beatriz, Cláudia e Daniela estão vestidas de azul, branco, vermelho e preto, cada uma de uma única cor. Elas conversam sentadas em círculo. A menina de azul, que não é nem Alice nem Cláudia, está entre a menina de branco e Daniela. A menina de preto está entre a menina de vermelho e Cláudia. Quais são as cores que Alice, Beatriz, Cláudia e Daniela estão usando, nessa ordem?

- (A) preto, azul, vermelho e branco
- (B) preto, vermelho, branco e azul
- (C) vermelho, preto, azul e branco
- (D) vermelho, azul, branco e preto
- (E) preto, azul, branco e vermelho

19. Qual é a quantidade máxima de números distintos de dois algarismos que se pode escrever sem que a soma de quaisquer dois deles seja igual a 86?

- (A) 34
- (B) 43
- (C) 57
- (D) 68
- (E) 86

20. A estrela de cinco pontas da figura é formada ligando vértices de um pentágono regular, sempre pulando um vértice. A área em azul dessa estrela representa qual fração da área total da estrela?

- (A) $\frac{3}{7}$
- (B) $\frac{3}{5}$
- (C) $\frac{1}{2}$
- (D) $\frac{3}{4}$
- (E) $\frac{5}{6}$

