

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu **nome completo**, **data de nascimento**, **telefone com DDD**, **CPF**, **e-mail**, **ano e turno em que estuda** e **sexo**. E lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou à caneta esferográfica azul ou preta (é preferível à caneta).



- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

APOIO



REALIZAÇÃO



Instituto de
Matemática
Pura e Aplicada

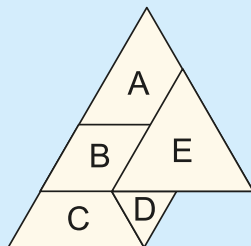
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÃO



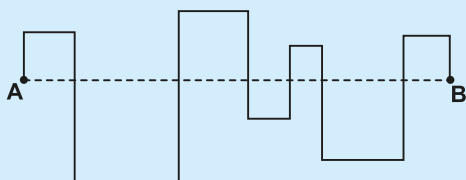
1. Cinco cartões iguais A, B, C, D e E, em forma de triângulo equilátero, foram colados em uma cartolina, um por vez. A figura mostra como ficaram esses cartões. Qual foi o terceiro cartão colado?

- (A) A
 (B) B
 (C) C
 (D) D
 (E) E



2. Ao passear pela cidade, em vez de pegar uma avenida em linha reta que liga os pontos A e B, João caminhou pelos quarteirões quadrados da cidade, conforme indicado na figura, percorrendo um total de 6 km. Qual é a distância, em linha reta, entre os pontos A e B?

- (A) 1,5 km
 (B) 2 km
 (C) 2,5 km
 (D) 3 km
 (E) 4 km



3. João tem bolas e caixas numeradas. Ele colocou as bolas 1 e 2 na primeira caixa, as de números 3, 4 e 5 na segunda caixa, as de números 6 e 7 na terceira caixa, as de números 8, 9 e 10 na quarta caixa, e assim por diante, ora colocando duas, ora colocando três bolas em caixas consecutivas. Qual é a caixa na qual João colocou a bola de número 2023?

- (A) 100ª
 (B) 405ª
 (C) 406ª
 (D) 808ª
 (E) 810ª

4. Qual é o valor da expressão

$$20235 \times 20235 - 20238 \times 20232?$$

- (A) 3
 (B) 5
 (C) 9
 (D) 19
 (E) 29

5. Um carro viaja de Pirajuba a Quixajuba com velocidade constante de 60 km/h, em uma estrada que passa por Arraial. Às 11 horas, o carro havia percorrido $\frac{1}{4}$ da distância entre Pirajuba e Arraial e, às 15 horas, havia percorrido $\frac{3}{4}$ da distância entre Arraial e Quixajuba. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?

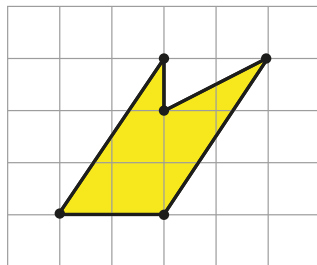
- (A) 150 km
- (B) 180 km
- (C) 300 km
- (D) 320 km
- (E) 400 km

6. Seja x um número tal que $x^2 - 3x + 1 = 0$. Qual é o valor de $x^2 + \frac{1}{x^2}$?

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 9
- (D) 10
- (E) 11

7. A área do polígono amarelo com vértices em pontos do quadriculado é 30 cm^2 . Qual é a área, em cm^2 , de cada quadradinho do quadriculado?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6



8. Miguel formou uma lista de oito números, obtidos preenchendo os espaços da expressão abaixo com todas as combinações possíveis de sinais $+$ e $-$.

$$__1 __ \sqrt{2} __ \sqrt{3}$$

Qual é o produto desses oito números?

- (A) 64
- (B) 24
- (C) $24\sqrt{6}$
- (D) 48
- (E) 10

9. As idades de três crianças são 7, 8 e 9 anos. Na figura, vemos a resposta de cada uma delas, quando perguntadas sobre suas idades. A criança com 8 anos foi a única que mentiu.

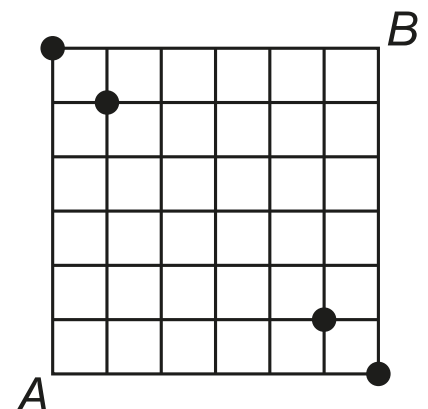


A criança mais velha e a criança mais nova são, nessa ordem,

- (A) e
- (B) e
- (C) e
- (D) e
- (E) e

10. Uma formiga, inicialmente no vértice A , anda sobre as linhas do quadriculado da figura, sempre para a direita ou para cima, até chegar ao vértice B . De quantas maneiras ela pode fazer isso passando por algum dos quatro pontos destacados?

- (A) 4
- (B) 32
- (C) 36
- (D) 64
- (E) 74



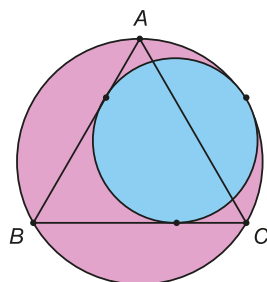
11. Os atletas André, Bruno e Carlos correm sempre a uma velocidade constante. Em uma corrida de 100 metros, André deu a Bruno uma vantagem de 20 metros e eles chegaram juntos. Em uma corrida de 400 metros, Bruno deu a Carlos uma vantagem de 20 metros e eles chegaram juntos. Quantos metros de vantagem André deve dar a Carlos para que eles cheguem juntos em uma corrida de 800 metros?

- (A) 20 metros
- (B) 120 metros
- (C) 152 metros
- (D) 162 metros
- (E) 192 metros



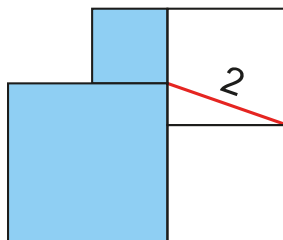
12. Na figura, ABC é um triângulo equilátero e a circunferência menor é tangente a dois lados do triângulo e ao círculo maior, como indicado. A região rosa é a que está dentro do círculo maior e fora do círculo menor. Qual é a razão entre as áreas destacadas em azul e rosa?

- (A) $4/3$
- (B) $4/5$
- (C) $4/7$
- (D) $2/7$
- (E) $2/9$



13. A figura a seguir é formada por quatro quadrados. A medida do segmento destacado em vermelho é 2. Qual é a soma das áreas dos quadrados azuis?

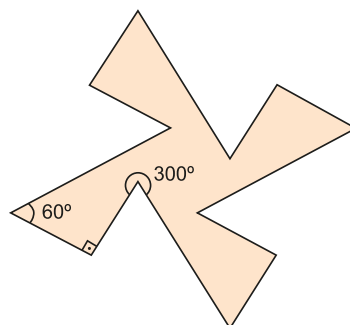
- (A) 2
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 8
- (E) 10



14. Qual é a quantidade máxima de números distintos de dois algarismos que se pode escrever sem que a soma de quaisquer dois deles seja igual a 86?

- (A) 34
- (B) 43
- (C) 57
- (D) 68
- (E) 86

15. A figura tem 8 lados de medida 10 cm, 4 lados de medida 20 cm, 4 ângulos de 60° , 4 ângulos de 90° e 4 ângulos de 300° .



Qual é a área da figura?

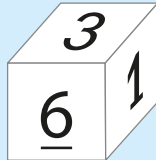
- (A) 100 cm^2
- (B) 120 cm^2
- (C) 200 cm^2
- (D) 400 cm^2
- (E) 420 cm^2

16. Considere o conjunto dos primeiros 17 inteiros positivos, $\{1, 2, 3, \dots, 17\}$. Dois números desse conjunto são escolhidos de forma que o produto desses dois números seja igual à soma dos 15 números restantes. Qual é o valor desse produto?

- (A) 100
- (B) 110
- (C) 120
- (D) 130
- (E) 140

17. Nas faces de um cubo estão escritos números inteiros positivos diferentes, entre os quais 1, 3 e 6, como na figura. O produto de números escritos em faces opostas é sempre o mesmo. Além disso, existem 3 faces diferentes nas quais os números escritos têm produto igual a 98. Qual é o maior número que aparece em alguma face desse cubo?

- (A) 7
(B) 14
(C) 21
(D) 28
(E) 42

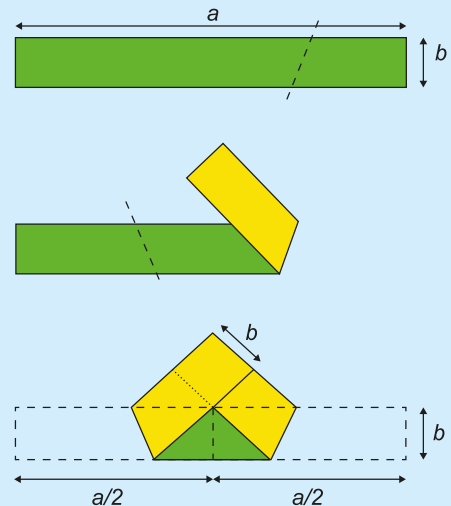


18. Em um teatro, cinco garotos e cinco garotas escolheram aleatoriamente seus lugares em uma fila com exatamente 10 cadeiras. Dado que as cinco garotas estão em 5 cadeiras adjacentes, qual é a probabilidade de que os cinco garotos também estejam em 5 cadeiras adjacentes?



- (A) 1
(B) $3/4$
(C) $1/3$
(D) $2/5$
(E) $1/2$

19. Uma tira retangular tem comprimento a e largura b . Ao dobrar a tira, a sobreposição de suas pontas formou um quadrado de lado b e o resultado da dobra foi um pentágono sem nenhum buraco no centro, como indicado nas figuras. Qual é a razão a/b ?



- (A) $4 + \sqrt{2}$
(B) $2(2 + \sqrt{2})$
(C) $4\sqrt{2}$
(D) $4(\sqrt{2} - 1)$
(E) $4(\sqrt{2} + 1)$

20. Em um torneio de tênis, cada jogador foi escalado para jogar contra cada um dos outros jogadores uma única vez. Entretanto, durante o evento, três jogadores desistiram do torneio. Sabemos que cada um dos desistentes jogou duas partidas. Se o torneio teve exatamente 50 jogos, quantos jogadores começaram o torneio?

- (A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 14