

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 3
Ensino Médio

2ª Fase - 07 de outubro de 2023

Nome completo do(a) aluno(a)																													
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)																													
Complemento (casa, apartamento, bloco)															Bairro														
Cidade																				UF/Estado					CEP				
Endereço eletrônico (e-mail)																				DDD					Telefone				
Assinatura																				DDD					Telefone (outro)				

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou à caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO



REALIZAÇÃO



MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÃO



1. Aninha tem nove cartões numerados de 1 a 9. Ela forma sequências com esses cartões colocando alguns deles lado a lado. Uma sequência de Aninha é chamada de *especial* quando, para quaisquer dois cartões vizinhos, o número de um deles é múltiplo do número do outro.

Sequência especial

3	9
---	---

Sequência especial

2	6	1	5
---	---	---	---

Sequência **não** especial

4	2	3
---	---	---

a) Apresente uma sequência especial com sete cartões começando com 6 e 2.

6	2					
---	---	--	--	--	--	--

CR

CN

b) Apresente uma sequência especial com oito cartões.

--	--	--	--	--	--	--	--

CR

CN

c) Apresente uma sequência especial com três cartões em que apareçam os cartões 5 e 7.

--	--	--

CR

CN

d) Explique por que é impossível formar uma sequência especial com os nove cartões.

CR

CN

TOTAL

CR

CN

2. Zequinha quer colorir os inteiros positivos de branco ou preto, obedecendo às regras abaixo:

- se n é inteiro, então n e $n + 5$ devem ter a mesma cor;
- se a e b são inteiros e $n = ab$ for branco, então pelo menos um dos fatores a ou b deve ser branco.

a) Explique por que se o 38 for branco, o 3 também deve ser branco.

CR

CN

b) Explique por que se o 4 for branco, o 2 também deve ser branco.

CR

CN

c) Explique por que se o 1 for branco, o 4 também deve ser branco.

CR

CN

d) Explique por que o 2 e o 3 sempre devem ter a mesma cor.

CR

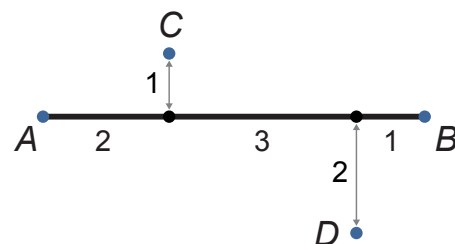
CN

TOTAL

CR

CN

3. Um carro percorre o trajeto retilíneo AB indicado na figura. Nas proximidades do trajeto, existem antenas de celular com suas bases nos pontos C e D , também indicados. A distância do carro ao ponto A é representada por x . Considere a função f que associa x ao quadrado da distância do carro à base da antena mais próxima. Por exemplo, quando o carro está em A , a antena mais próxima é C e o quadrado da distância do carro a ela é $2^2 + 1^2 = 5$; portanto, $f(0) = 5$.



a) Qual é o valor de $f(3)$?

CR

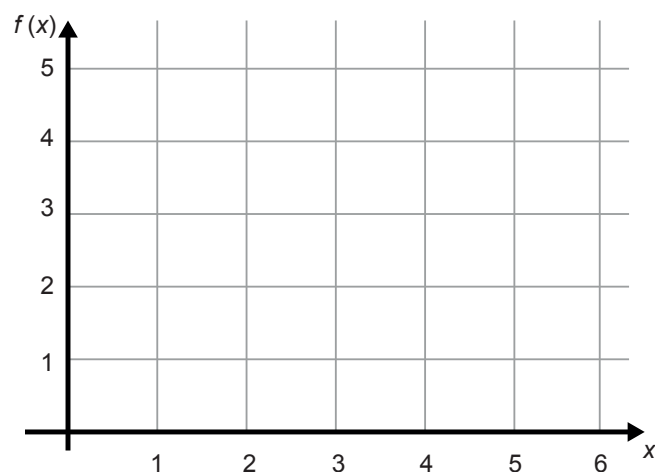
CN

b) Qual é o valor de x para que as distâncias do carro às antenas sejam iguais?

CR

CN

c) Faça o gráfico da função f .



CR

CN

TOTAL

CR

CN

4. Três pessoas entram em um elevador no andar térreo de um prédio com quatro andares, além do térreo. Cada uma delas escolhe um andar ao acaso, independentemente das demais.

a) Qual é a probabilidade de que o elevador pare em um único andar?

CR

CN

b) Qual é a probabilidade de que o elevador pare no 1º andar?

CR

CN

c) Qual é a probabilidade de que o elevador pare em três andares consecutivos?

CR

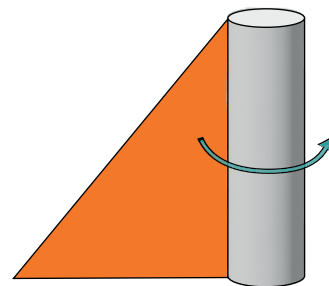
CN

TOTAL

CR

CN

5. Um adesivo, na forma de triângulo retângulo, será colado sobre a superfície lateral de uma lata cilíndrica, com um dos catetos coincidindo com a altura da lata, como na figura. A altura da lata é 15 cm e o comprimento da circunferência da base é 12 cm.

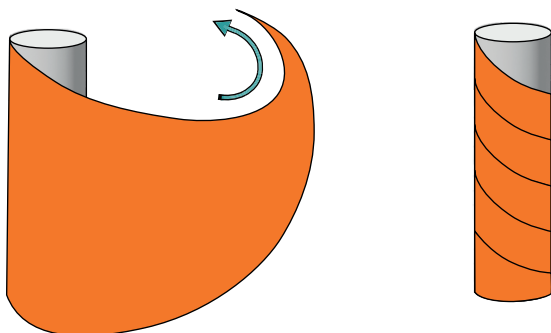


a) Se os catetos do triângulo medem 15 cm e 10 cm, qual será a área da superfície lateral da lata não coberta pelo adesivo?

CR

CN

b) Se os catetos do triângulo medem 15 cm e 60 cm, o adesivo poderá ser enrolado cinco vezes sobre a lata. Qual será a área da superfície lateral da lata não coberta pelo adesivo?



CR

CN

c) Se um adesivo de catetos 15 e 90 cm for completamente enrolado no cilindro, qual será a área da superfície lateral da lata coberta por exatamente três camadas desse adesivo?

CR

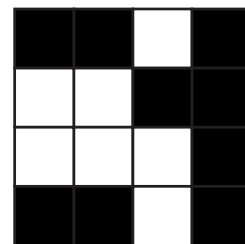
CN

TOTAL

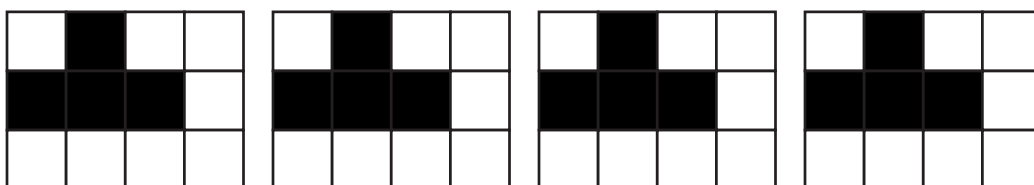
CR

CN

6. Pedro deseja pintar quadradinhos de tabuleiros de modo que a quantidade de quadradinhos pintados em qualquer subtabuleiro 3×3 seja sempre um número ímpar. Veja um exemplo em um tabuleiro 4×4 na figura ao lado.



a) Pedro já pintou as duas primeiras linhas de um tabuleiro 3×4 . Indique as 4 maneiras diferentes de completar a pintura desse tabuleiro pintando somente casas da última linha.



CR

CN

b) De quantas maneiras ele pode pintar um tabuleiro 3×4 ?

CR

CN

c) De quantas maneiras ele pode pintar um tabuleiro 4×4 ?

CR

CN

d) De quantas maneiras ele pode pintar um tabuleiro 2023×2023 ?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO