

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do(a) aluno(a)	
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)	
Complemento (casa, apartamento, bloco)	Bairro
Cidade	UF/Estado CEP
Endereço eletrônico (e-mail)	DDD Telefone
Assinatura	DDD Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita usando-se lápis ou caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO



REALIZAÇÃO



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

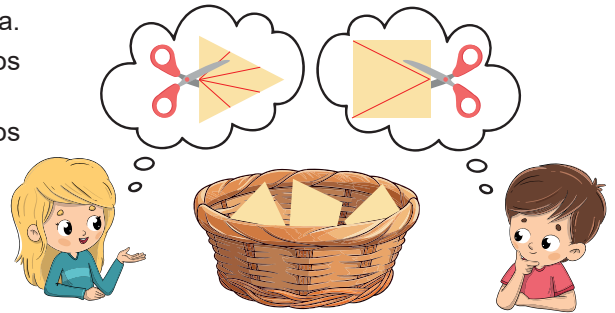
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO



1. Ana e Pedro cortam pedaços de papel que estão em uma cesta.

- Sempre que Ana pega um pedaço, corta em cinco pedaços e devolve todos eles para a cesta.
- Sempre que Pedro pega um pedaço, corta em três pedaços e devolve todos eles para a cesta.

Inicialmente há três pedaços de papel na cesta.



a) Quantos pedaços de papel ficarão na cesta depois de Ana e Pedro pegarem um pedaço cada um e devolverem os pedaços cortados para a cesta?

CR

CN

b) Descreva uma maneira de Ana e Pedro pegarem, cortarem e devolverem todos os pedaços de papel da cesta para que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta fique com 11 pedaços.

CR

CN

c) Explique por que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta nunca ficará com 2024 pedaços após Ana e Pedro devolverem todos os pedaços cortados para a cesta.

CR

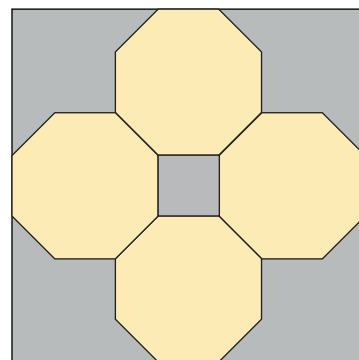
CN

TOTAL

CR

CN

2. Quatro octógonos regulares de lados medindo 1 cm foram desenhados em um cartão quadrado, como na figura. Cada octógono tem um lado na borda do cartão e octógonos adjacentes têm um lado em comum.



a) Qual é a área do cartão?

CR

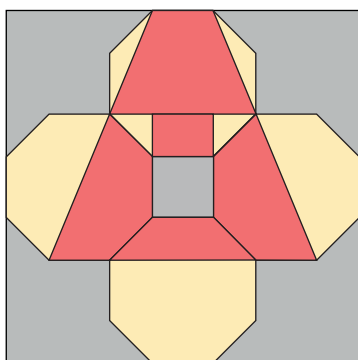
CN

b) Qual é a área da região cinza?

CR

CN

c) Qual é a área da parte pintada em vermelho sobre os octógonos?



CR

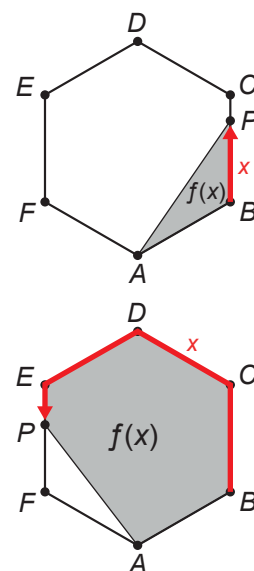
CN

TOTAL

CR

CN

3. Um hexágono regular $ABCDEF$ tem lados de medida 1. Um ponto P desloca-se na borda do hexágono, a partir do vértice B , passando pelos vértices C , D e E até chegar ao vértice F . Seja x a distância percorrida pelo ponto P e seja $f(x)$ a área da região com vértices em P , A e outros vértices do hexágono pelos quais P já passou. A figura mostra algumas dessas regiões.



a) Calcule $f(1)$.

CR

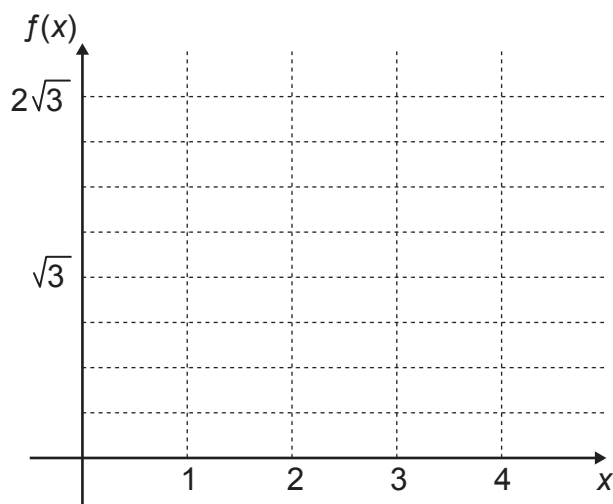
CN

b) Determine a expressão de $f(x)$ quando P se desloca no lado DE .

CR

CN

c) Esboce abaixo o gráfico de f .



CR

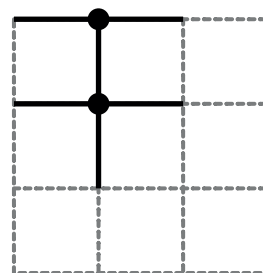
CN

TOTAL

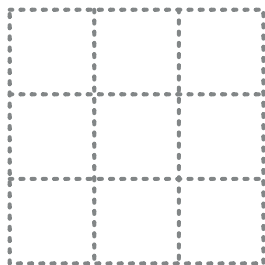
CR

CN

4. Um terreno quadrado foi dividido em 9 lotes também quadrados, cercados por muros. Câmeras instaladas no encontro de dois ou mais muros vigiam os muros adjacentes ao ponto de instalação. Na figura temos duas câmeras vigiando 6 muros.



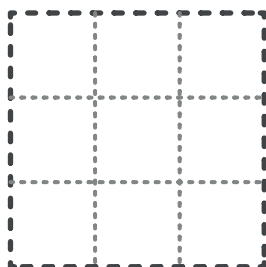
a) Indique uma posição de duas câmeras na figura abaixo de modo que elas vigiem a maior quantidade possível de muros.



CR

CN

b) Qual é o número mínimo de câmeras necessárias para vigiar os 12 muros na fronteira do terreno? Justifique sua resposta.



CR

CN

c) Encontre o número mínimo de câmeras necessárias para vigiar todos os muros do terreno. Justifique sua resposta.

CR

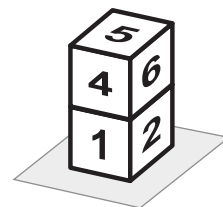
CN

TOTAL

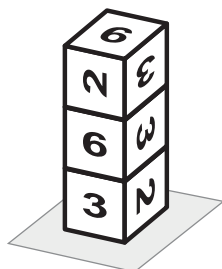
CR

CN

5. Marina tem vários dados idênticos com faces numeradas de 1 a 6. Nesses dados, a soma dos números em faces opostas é sempre igual a 7. Ela junta ou empilha alguns desses dados sobre uma mesa e anota a soma de todos os números que consegue ver ao dar uma volta ao redor da mesa. Por exemplo, para os dados a figura ao lado ela anotou o número 33.



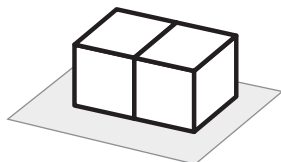
a) Qual é o número que Marina deve anotar para os dados da figura abaixo?



CR

CN

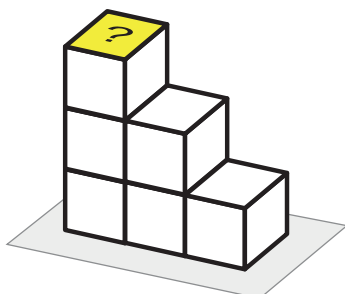
b) Qual é o menor número possível que Marina pode anotar para dois dados juntos sobre a mesa, como indicado na figura abaixo?



CR

CN

c) Marina anotou o número 88 para uma pilha de dados como indicado na figura abaixo. Quais números podem ficar no topo dessa pilha? Justifique sua resposta.



CR

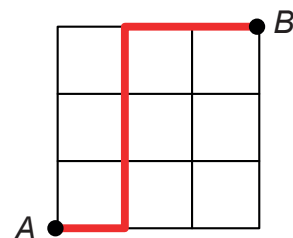
CN

TOTAL

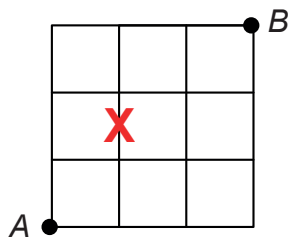
CR

CN

6. Duas formigas caminham sobre as linhas do quadriculado da figura. No mesmo instante, uma parte do ponto A e a outra, do ponto B . A velocidade da formiga que parte de B é dois terços da velocidade da formiga que parte de A . A formiga que parte de A sempre caminha para a direita ou para cima, e a formiga que parte de B sempre caminha para a esquerda ou para baixo. Cada vez que uma delas têm duas direções para prosseguir, essas direções têm probabilidade $1/2$ de ser escolhida. Por exemplo, a probabilidade de que a formiga que parte de A siga o caminho indicado na figura é $(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2) = 1/16$, pois ela tem que fazer 4 escolhas de direções.



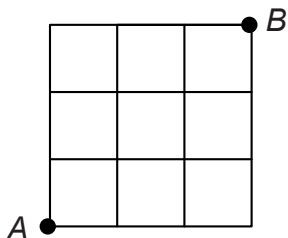
a) Qual é a probabilidade de que a formiga que parte de A passe pelo lado do quadriculado marcado com X?



CR

CN

b) Marque abaixo, com um X, os lados do quadriculado onde as formigas podem se encontrar.



CR

CN

c) Qual é a probabilidade de que as formigas se encontrem?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO

