

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu **nome completo**, **data de nascimento**, **telefone com DDD**, **CPF**, **e-mail**, **ano e turno em que estuda** e **sexo**. Lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou à caneta esferográfica azul ou preta (é preferível à caneta).



- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

APOIO



REALIZAÇÃO



Instituto de Matemática Pura e Aplicada

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO



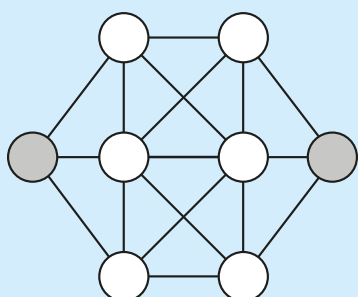
1. Na conta armada da figura, as letras A, B e C representam algarismos diferentes de zero. Qual é o valor de $A + B + C$?

- (A) 19
(B) 13
(C) 15
(D) 17
(E) 11

$$\begin{array}{r}
 \text{A B} \\
 \times \quad \text{C} \\
 \hline
 \text{A A A}
 \end{array}$$

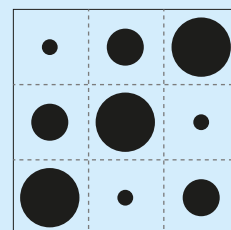
2. Marcela escreveu os números de 1 a 8, um em cada círculo da figura, de modo que em círculos conectados por um segmento **não** apareçam números consecutivos. Quais números ela escreveu nos dois círculos destacados em cinza?

- (A) 2 e 7
(B) 1 e 8
(C) 2 e 6
(D) 3 e 6
(E) 4 e 5



3. Darlene colou 36 adesivos redondos e pretos, de três tamanhos diferentes (pequenos, médios e grandes), nos centros dos quadradinhos de um quadriculado 6×6 desenhado em um papel transparente. Depois de colar, Darlene dobrou o papel duas vezes sobrepondo exatamente as partes dobradas. A figura mostra como ficou o papel dobrado. Qual é o maior número de adesivos de tamanho médio que Darlene pode ter colado?

- (A) 8
(B) 30
(C) 16
(D) 21
(E) 3



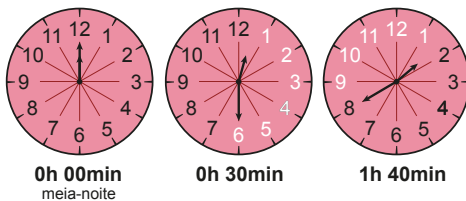
4. O número obtido subtraindo um inteiro positivo k do numerador e do denominador da fração $\frac{2026}{2025}$ é igual a $\frac{2025}{2026}$. Qual é a soma dos algarismos de k ?

- (A) 9
(B) 10
(C) 33
(D) 42
(E) 44

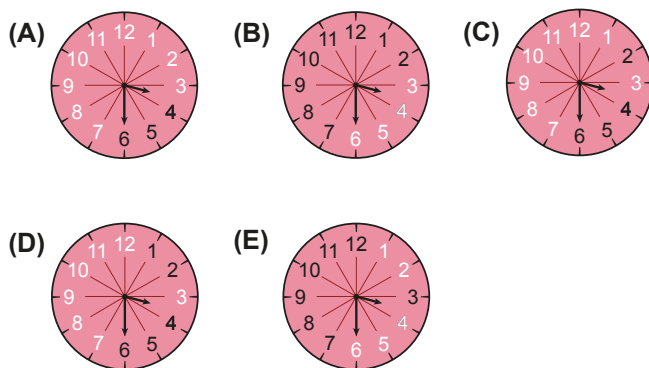
5. Um tanque com capacidade para 21 litros está cheio de álcool a 18%, isto é, uma mistura com 18 partes de álcool puro e 82 partes de água. Quantos litros dessa mistura devem ser retirados do tanque e substituídos por álcool a 90% para que a solução resultante seja de álcool a 42%?

- (A) 7 litros
(B) 8 litros
(C) 6 litros
(D) 9 litros
(E) 5 litros

6. A cor de cada número de um relógio alterna de preto para branco ou de branco para preto, cada vez que qualquer um dos ponteiros aponta para a marca da hora que esse número representa no relógio. À meia-noite todos os números ficam pretos e, depois, a alternância de cores começa. Na figura, vemos as cores dos números do relógio em alguns horários.

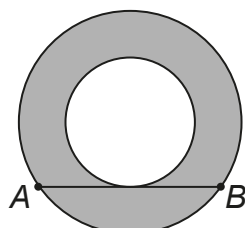


Como estarão as cores dos números às 3h 30min?



7. A figura mostra duas circunferências concêntricas. O segmento AB é tangente à circunferência interior e tem comprimento 2. Qual é a área da região cinza?

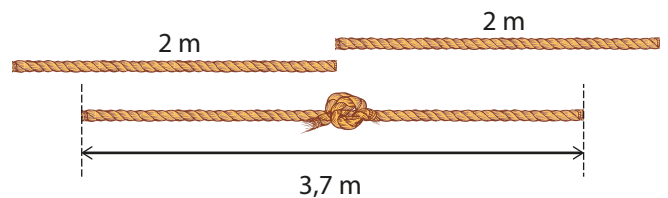
- (A) π
(B) 2π
(C) $\pi/2$
(D) 3π
(E) $\pi/3$



8. Uma função f é tal que $f\left(\frac{x}{y}\right) = yf(x)$ para quaisquer números reais x e y diferentes de zero. Se $f(6) = 4$, qual é o valor de $f(3)$?

- (A) 2
(B) 3
(C) 6
(D) 8
(E) 24

9. Jairo tem muitas cordas com 2 metros cada uma. Quando ele amarra duas dessas cordas, ele obtém uma nova corda com 3 metros e 70 centímetros.



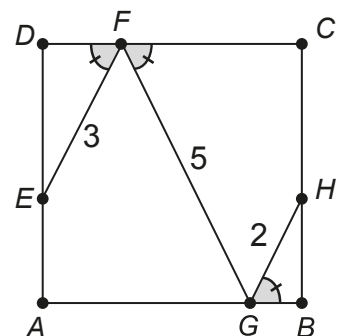
Se ele quiser uma corda com exatamente 20 metros, ele precisará cortar um pedaço da última corda amarrada.

Qual é o tamanho, em metros, desse pedaço?

- (A) 0,95
(B) 0,70
(C) 0,45
(D) 0,30
(E) 0,15

10. Na figura, $ABCD$ é um quadrado. Os ângulos $\widehat{E\hat{F}D}$, $\widehat{G\hat{F}C}$ e $\widehat{B\hat{G}H}$ possuem a mesma medida. Além disso, $EF = 3$, $FG = 5$ e $GH = 2$. Qual é a área do quadrado?

- (A) 16
(B) 18
(C) 20
(D) 23
(E) 25



11. Cada um dos 250 habitantes de uma ilha prefere uma fruta entre banana, maçã ou uva. Alguns deles sempre mentem e os demais sempre dizem a verdade. Todos os habitantes da ilha responderam às seguintes perguntas:

1. Sua fruta preferida é banana?
2. Sua fruta preferida é maçã?
3. Sua fruta preferida é uva?

Responderam sim a essas perguntas 140, 120 e 110 habitantes, respectivamente. Quantos habitantes da ilha sempre mentem?

- (A) 120
- (B) 110
- (C) 220
- (D) 230
- (E) 80

12. Qual é a soma dos algarismos do número $(10^{25} + 25)^2$?

- (A) 18
- (B) 19
- (C) 20
- (D) 25
- (E) 28

13. Quantos dados diferentes existem com faces pretas, brancas ou vermelhas em que faces opostas quaisquer tenham cores diferentes e as três cores apareçam em cada dado?

- (A) 6
- (B) 8
- (C) 16
- (D) 22
- (E) 36

14. Considere o sistema $\begin{cases} x^2 + y = 1 \\ y^2 + x = 1 \end{cases}$.

Qual é a soma de todos os valores x tais que (x, y) é solução desse sistema?

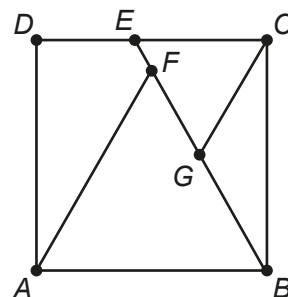
- (A) 1
- (B) -1
- (C) 0
- (D) $\sqrt{5}$
- (E) $-\sqrt{5}$

15. Pasqual tem um dado numerado de 1 a 6. Qual é a probabilidade de que o produto dos números obtidos em três lançamentos deste dado seja 60?

- (A) $1/18$
- (B) $1/36$
- (C) $1/60$
- (D) $1/24$
- (E) $1/48$

16. Na figura, $ABCD$ é um quadrado e os triângulos ABF e CEG são equiláteros. A área do triângulo ABF é 18 cm^2 . Qual é a área do triângulo CEG ?

- (A) $6,5 \text{ cm}^2$
- (B) 6 cm^2
- (C) $5,5 \text{ cm}^2$
- (D) 7 cm^2
- (E) 5 cm^2



17. Um prêmio foi dado a uma de cinco pessoas, dispostas em fila. Cada uma delas disse uma das seguintes frases:

- “Eu não ganhei o prêmio”;
- “Quem ganhou o prêmio está na minha frente ou atrás de mim”.

Somente uma delas disse a verdade. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) A terceira pessoa ganhou o prêmio.
- (B) É possível que três pessoas tenham dito “Eu não ganhei o prêmio”.
- (C) A pessoa que ganhou o prêmio foi a segunda ou a quarta.
- (D) A pessoa que ganhou o prêmio foi a primeira ou a quinta.
- (E) Qualquer pessoa pode ter ganho o prêmio.

18. Dizemos que um número é *ordeiro* quando tem exatamente três algarismos diferentes de zero que estão em ordem crescente ou decrescente de valor. Por exemplo, os números 237 e 921 são ordeiros, mas os números 231 e 315 não são. Qual é a soma de todos os números ordeiros?

- (A) 93250
- (B) 93240
- (C) 93260
- (D) 93230
- (E) 93270

19. Dizemos que uma família é *amistosa* se ela possui 10 membros e cada um deles conhece exatamente 5 outros membros. Qual é o menor valor de k para garantir que sempre em um grupo de k pessoas de qualquer família amistosa seja possível encontrar duas que se conheçam?

- (A) 3
- (B) 5
- (C) 4
- (D) 6
- (E) 7

20. Seja $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ um conjunto com 5 elementos e sejam A , B e C subconjuntos de U . Dizemos que (A, B, C) é uma *tripla ordenada especial* se $C \subseteq A \cup B$. Quantas são as triplas ordenadas especiais?

- (A) 7^5
- (B) 5^7
- (C) 5^6
- (D) 6^5
- (E) 5^5