

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do(a) aluno(a)																													
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)																													
Complemento (casa, apartamento, bloco)															Bairro														
Cidade																				UF/Estado					CEP				
Endereço eletrônico (e-mail)																				DDD		Telefone							
Assinatura																				DDD		Telefone (outro)							

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

- Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 - Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 - Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 - A prova pode ser feita usando-se lápis ou caneta.
 - A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 - A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 - Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 - Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
 - Não escreva nos espaços sombreados.
 - Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.
- Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO



REALIZAÇÃO



Instituto de
Matemática
Pura e Aplicada

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÃO



UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

1. Um tabuleiro 3×20 foi preenchido com os números de 1 a 60, sendo que cada linha foi preenchida da esquerda para a direita com os números em ordem crescente. A primeira linha foi preenchida com os números de 1 a 20, a segunda linha, com os números de 21 a 40 e a terceira linha, com os números de 41 a 60. Cada uma das figuras abaixo mostra um pedaço desse tabuleiro.

a) Qual é o valor de x ?

			17
x			

CR

CN

b) Os números y , z e w na figura a seguir são divisíveis por um mesmo número natural d maior do que 1. Qual é o valor de d ?

					y	
						z
w						

CR

CN

c) Quais são os possíveis valores de y no item anterior?

CR

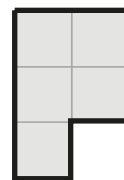
CN

TOTAL

CR

CN

2. Josefa tem várias peças iguais à mostrada ao lado. Ela quer cobrir diferentes tabuleiros com essas peças, sem sobreposição.



a) Josefa quer cobrir o tabuleiro da Figura 1 e já colocou uma peça. Termine de cobrir o tabuleiro colocando mais três peças.

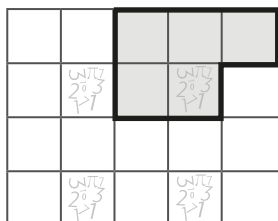


Figura 1

CR

CN

b) Cubra o tabuleiro da Figura 2 com quatro peças de Josefa.



Figura 2

CR

CN

c) Explique por que Josefa nunca vai conseguir cobrir o tabuleiro da Figura 3 com cinco peças.

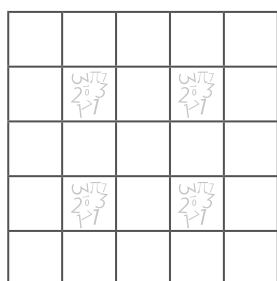


Figura 3

CR

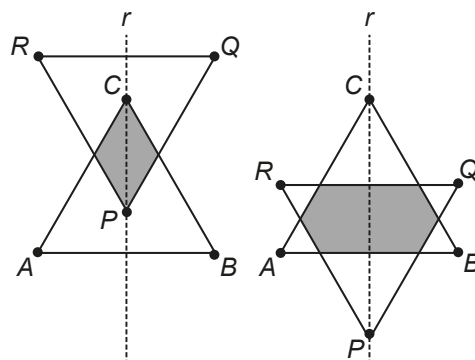
CN

TOTAL

CR

CN

3. O comprimento dos lados dos triângulos equiláteros ABC e PQR da figura é $4\sqrt{3}$ e as alturas desses triângulos relativas aos lados AB e QR estão contidas em uma mesma reta r . A intersecção das regiões interiores aos dois triângulos varia com o deslocamento do ponto P sobre a reta r , dependendo da distância x entre os vértices P e C . Seja $A(x)$ a área dessa intersecção.



a) Calcule $A(3)$ e $A(9)$.

CR

CN

b) Exiba uma expressão de $A(x)$ no intervalo $0 \leq x \leq 6$ e uma expressão de $A(x)$ no intervalo $6 \leq x \leq 12$.

CR

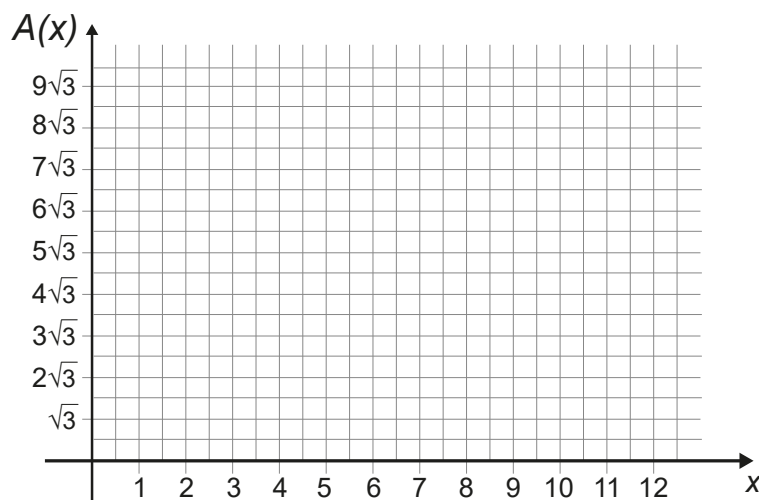
CN

c) Qual é o valor máximo de $A(x)$ no intervalo $0 \leq x \leq 12$?

CR

CN

d) Esboce o gráfico da função A no intervalo $0 \leq x \leq 12$.



CR

CN

TOTAL

CR

CN

4. Uma prova com 5 questões será aplicada a um grupo de alunos. Cada aluno receberá o resultado por meio de uma sequência de zeros e uns, indicando as questões que errou ou acertou. Por exemplo, a sequência [0 1 0 0 0] indica que o aluno acertou a segunda questão e errou as demais.

a) Liste todas as possíveis sequências de zeros e uns que indicam exatamente duas questões corretas.

CR

CN

b) Explique por que, se a prova for aplicada a 33 alunos, pelo menos dois deles vão receber a mesma sequência de zeros e uns como resultado.

CR

CN

c) Suponha que a prova seja aplicada a um grupo de alunos e que o total de questões respondidas corretamente seja 81. Explique por que podemos garantir que pelo menos dois alunos receberão a mesma sequência de zeros e uns como resultado.

CR

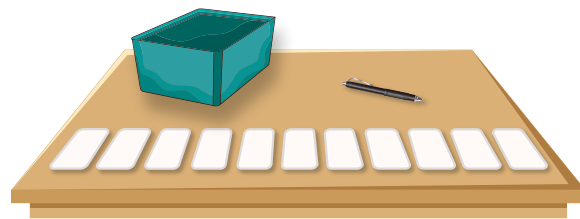
CN

TOTAL

CR

CN

5. Pedro coloca 11 cartões brancos em fila sobre uma mesa. Ele escolhe um desses cartões ao acaso, joga-o fora e pinta de preto os cartões que estavam à direita dele. A seguir, ele coloca os 10 cartões restantes em uma caixa e sorteia dois deles, um após o outro e sem recolocar o primeiro sorteado na caixa.



a) Qual é a probabilidade de que nenhum cartão tenha sido pintado de preto?

CR

CN

b) Qual é a probabilidade de que o primeiro cartão sorteado tenha sido pintado de preto?

CR

CN

c) Qual é a probabilidade de que os dois cartões sorteados tenham sido pintados de preto?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

6. Michel entregou, em segredo, um cartão com um número inteiro positivo para Rafael e outro para Gabriel. Michel calculou a soma e o produto dos números nos cartões e revelou que 60 foi um dos resultados obtidos. Em seguida, houve o seguinte diálogo entre os três:

- Michel: Rafael, você sabe o número do Gabriel?
- Rafael: Não tenho informação suficiente para saber.
- Michel: Gabriel, você sabe o número do Rafael?
- Gabriel: Ainda não tenho informação suficiente para saber.
- Rafael: Ah! Agora eu sei o número do Gabriel.

a) Explique por que o número do cartão de Rafael é um divisor de 60.

CR

CN

b) Explique por que Gabriel não pode estar com o cartão de número 15.

CR

CN

c) Qual é o número do cartão de Gabriel?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO

