



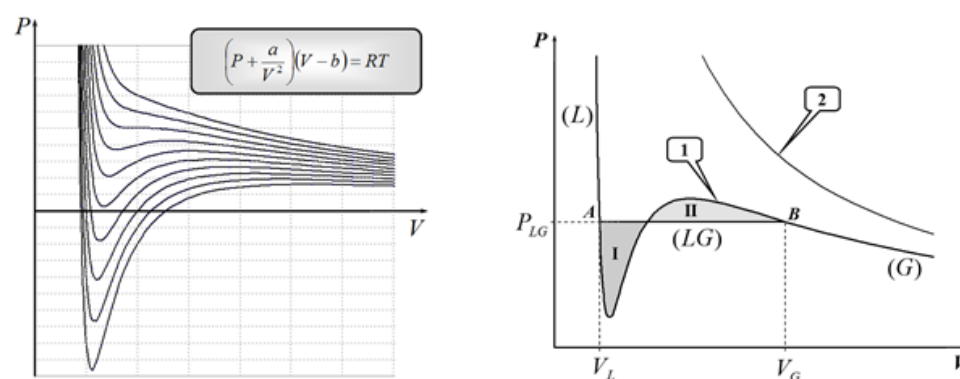
Для реальных газов уравнение Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT$ выполняется приближенно и тем точнее, чем меньше плотность газа и выше его температура. В реальных газах между молекулами действуют силы, причем на близких расстояниях это силы отталкивания, а на больших — притяжения. Одним из простых уравнений, учитывающих взаимодействие молекул, является уравнение состояния Ван-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{a\nu^2}{V^2}\right)(V - \nu b) = RT$$

Где a и b — положительные коэффициенты Ван-дер-Ваальса, которые в этой задаче можно считать постоянными. Член $\frac{a\nu^2}{V^2}$ описывает уменьшение давления газа из-за взаимного притяжения молекул, а νb — учитывает конечный размер молекул. Заметим, что уравнение состояния Ван-дер-Ваальса может качественно описывать как поведение газа, так и поведение жидкости.

Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса — уравнение третьей степени в координатах (p, V) . На Рис. 1 приведен ряд изотерм одного моля газа Ван-дер-Ваальса. Реальная изотерма отличается от изотермы Ван-дер-Ваальса прямым участком AB с постоянным давлением p_{LG} , расположенным по оси объемов между V_L и V_G , на котором реализуется равновесие жидкости (обозначенной индексом L) и газа (обозначенного индексом G). Используя второе начало термодинамики Дж. Максвелл показал, что давление p_{LG} должно быть выбрано таким образом, чтобы показанные на Рис. 2 площади I и II были одинаковы. Также, внутренняя энергия газа Ван-дер-Ваальса зависит не только от температуры, но и от объема:

$$U = \nu C_V T - \frac{a\nu^2}{V}$$



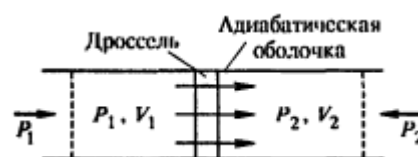
Примечание: во всех частях задачи используется один моль вещества.

A1^{0.70} Одним из промышленных способов охлаждения (и последующего сжижения) является адиабатическое и квазистатическое расширение газов. Пусть газ расширяется от начального объема V_1 до конечного объема V_2 . Для газа, подчиняющегося уравнению состояния Ван-дер-Ваальса, в этом процессе температура падает на ΔT_W , а для идеального газа — ΔT_I . Теплоемкость C_V газа Ван-дер-Ваальса принять равной теплоемкости идеального газа C_V при постоянном объеме. Найдите отношение $\Delta T_W / \Delta T_I$. Выразите ответ через V_1 , V_2 , a , b , C_V и R . В каком случае охлаждение больше?

A2^{0.40} Газ также можно охладить, позволив ему адиабатически расширяться в вакуум. Пусть в начальный момент газ находится в сосуде, занимая в нем объем V_1 . После удаления перегородки газ получает возможность свободно расширяться до объема V_2 . Считая сосуд теплоизолированным, найдите изменение температуры для случаев газа Ван-дер-Ваальса ΔT_W и идеального газа ΔT_I . Выразите ответ через V_1 , V_2 , a , b , C_V и R . В каком случае охлаждение больше?

A3^{0.90} Газ можно перевести в жидкое состояние, изотермически его сжимая. Однако, для этого газ нужно предварительно охладить ниже определенной температуры T_C . Выше этой температуры газ нельзя перевести в жидкость. Используя уравнение состояния Ван-дер-Ваальса, найдите эту температуру T_C . Выразите ответ через a , b и R .

В 1852 году был открыт эффект, который впоследствии широко применялся в промышленности для охлаждения и сжижения газов. Эффектом Джоуля-Томпсона называется изменение температуры газа при адиабатическом дросселировании — медленном протекании газа под действием постоянного перепада давлений сквозь пористую перегородку (дроссель), как показано на Рис. 3. Слева от дросселя находится газ при давлении p_1 (оно поддерживается постоянным), после протекания через дроссель газ давление газа становится равным $p_2 < p_1$ (оно также поддерживается постоянным).



B1^{0.70} Рассмотрим порцию газа объемом V_1 , расположенную слева от дросселя. Пройдя через дроссель, эта порция газа занимает объем V_2 . Используя первый закон термодинамики покажите, что функция $W = U + pV$ (энтальпия) сохраняется в рассматриваемом процессе, то есть ее значения одинаковы для одной и той же порции газа справа и слева от перегородки. Считайте, что теплообмен с окружающей средой отсутствует.

B2^{0.30} Пусть в процессе Джоуля-Томпсона используется идеальный газ. Найдите понижение его температуры ΔT_I . Теплоемкость газа — C_V .

В пунктах C задачи рассматривается так называемый интегральный эффект Джоуля-Томпсона. Это эффект, который реализуется при больших перепадах давления по разные стороны дросселя. В качестве модели интегрального эффекта можно использовать такую: слева от дросселя газ находится при большом давлении и описывается уравнением состояния Ван-дер-Ваальса, а после прохождения через дроссель газ можно считать идеальным.

C1^{1.00} Найдите понижение температуры газа ΔT_W в таком процессе. Теплоемкость газа — C_V . Выразите ответ через a , b , R , C_V , T_1 и V_1 .

C2^{0.80} Если начальное состояние газа изображать на диаграмме (T_1, V_1) , то на ней можно начертить кривую, которая делит плоскость на две области: точкам одной области соответствует $\Delta T_W < 0$ (газ охлаждается), а другой $\Delta T_W > 0$ (газ нагревается). Эта кривая называется кривой инверсии интегрального эффекта Джоуля-Томпсона. Найдите уравнение этой кривой, т.е. выразите T_{inv}^l через a , b , R , C_V и V_1 . Изобразите кривую на графике, укажите характерные особенности кривой. На графике укажите области, где газ охлаждается и нагревается.

C3^{1.00} Однако, кривую инверсии эффекта Джоуля-Томпсона удобнее чертить в координатах (p_1, T_1) , т.к. именно эти параметры газа поддаются непосредственному измерению. Найдите уравнение этой кривой, т.е. выразите T_{inv}^l через a , b , R , C_V и p_1 (либо p_1 через a , b , R , C_V и T_{inv}^l). Изобразите кривую на графике, укажите характерные особенности кривой. На графике укажите области, где газ охлаждается и нагревается.

В части D задачи рассматривается эффект Джоуля-Томпсона в общем случае. В этом случае газ по обе стороны от перегородки описывается уравнением состояния Ван-дер-Ваальса. Если газ слева от перегородки находится при температуре инверсии, то при дросселировании температура газа не изменяется.

- D1^{1.00}Получите выражение для температуры инверсии T_{inv} эффекта Джоуля-Томпсона в общем случае. Выразите ее через a, b, R, C_V, V_1 и V_2 .
- D2^{0.20}Дифференциальный эффект Джоуля-Томпсона реализуется при малых перепадах давления. Для него можно принять, что $V_1 \approx V_2$. При этом условии получите выражение для температуры инверсии T_{inv}^D дифференциального эффекта Джоуля-Томпсона. Выразите ее через a, b, R, C_V и V_1 .
- D3^{1.50}Найдите уравнение кривой инверсии дифференциального эффекта Джоуля-Томпсона, т.е. выразите T_{inv}^D через a, b, R, C_V и p_1 (либо p_1 через a, b, R, C_V и T_{inv}^D). Изобразите схематично кривую на графике (p_1, T_1) , укажите характерные особенности кривой. На графике укажите области, где газ охлаждается и нагревается.

В части E рассматривается связь между интегральным и дифференциальным эффектом Джоуля-Томпсона.

- E1^{0.50}Изобразите схематично кривые инверсии для обоих эффектов на одном графике в координатах (p_1, T_1) . Укажите области, где газ охлаждается и нагревается для обоих эффектов. Объясните существование областей, где изменение температуры имеет разный знак для интегрального и дифференциального эффекта.
- E2^{1.00}Для промышленного использования интегрального эффекта Джоуля-Томпсона для определенной температуры T_1 важно подобрать такое давление p_1 , чтобы охлаждение газа в процессе было максимальным. Эти соотношения можно также представить на графике (p_1, T_1) . Изобразите эту зависимость схематично. На том же графике схематично изобразите кривые инверсии для дифференциального и интегрального эффекта на одном графике.