

A1 0.50 Пусть плоские куски мембран, содержащие бактериородопсин, освещаются достаточно мощным светом. Какой ток I_{bR} течет через 1 мм^2 таких мембран (в $\text{мкА}/\text{мм}^2$)? Из исследования этих мембран методом электронной микроскопии известно, что плотность белковых молекул в них $9 \cdot 10^{12}\text{ см}^{-2}$

Из фотоцикла ясно, что один протон прокачивается белком за $\tau = 15\text{ мс}$. Поэтому

$$I_{bR} = \frac{nSe}{\tau}$$

Ответ:

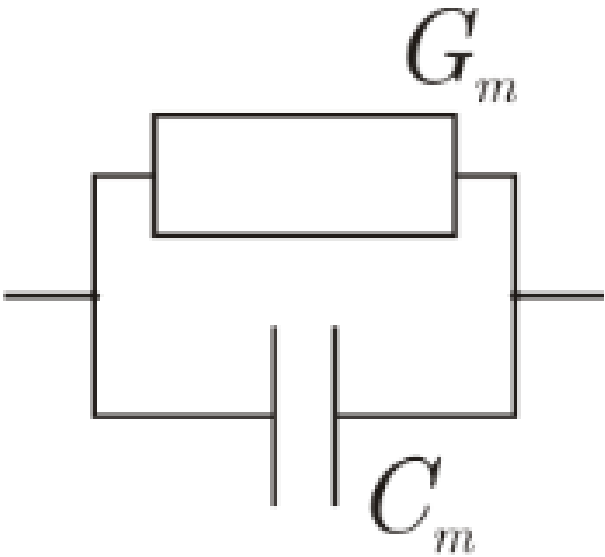
$$I_{bR} = 0,96\text{ мкА}/\text{мм}^2$$

B1 0.50 Нарисуйте простейшую эквивалентную электрическую схему мембраны, которая хорошо описывает полученные результаты. Нарисуйте эквивалентную электрическую схему эксперимента, описанного выше.

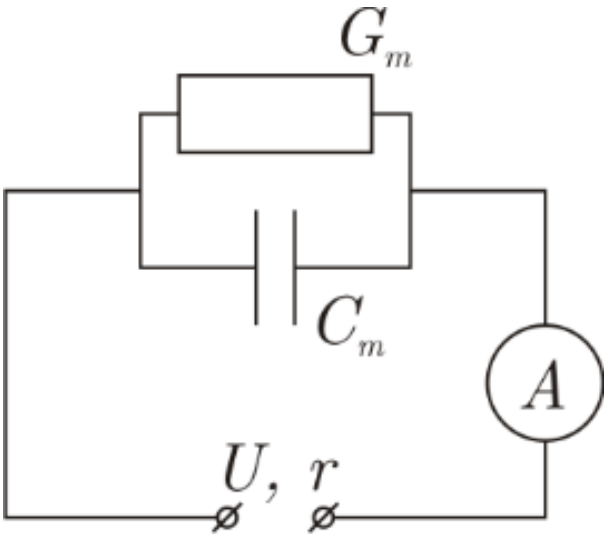
Мы видим на графиках затухание, похожее на экспоненту, а также стационарный ток при постоянном напряжении. Поэтому в системе есть конденсатор C_m и сопротивление R_m подключенное к нему параллельно.

Ответ: В схеме конденсатор C_m и резистор G_m соединены параллельно.

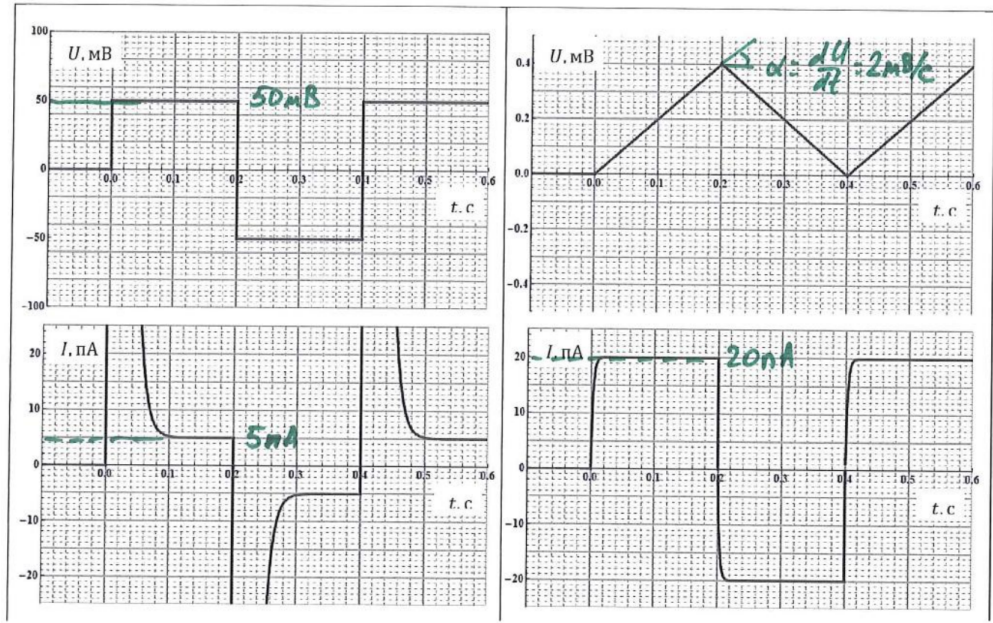
Ответ:
Итак, мембрана



Ответ:
Установка



B2 1.00 Используя Рис. 6 и 7, оцените емкость C_m мембраны. С помощью формул, графиков и диаграмм объясните свое решение



Из спадания графика на Рис. 6 и нарастания на Рис. 7, видно, что $\tau = RC$ разное, притом, что C — одинаковые. Значит эти характерные времена обусловлены сопротивлением источника r , которое $r \ll R_m$.

Ещё одно объяснение могло бы быть $r \sim R_m$, но сопротивление источника в 10 ГОм — нереально.

Считая $r \ll R_m$ запишем ток при линейно возрастающем напряжении

$$U = \alpha t = U_c + Ir \rightarrow U_c = \alpha t - Ir$$

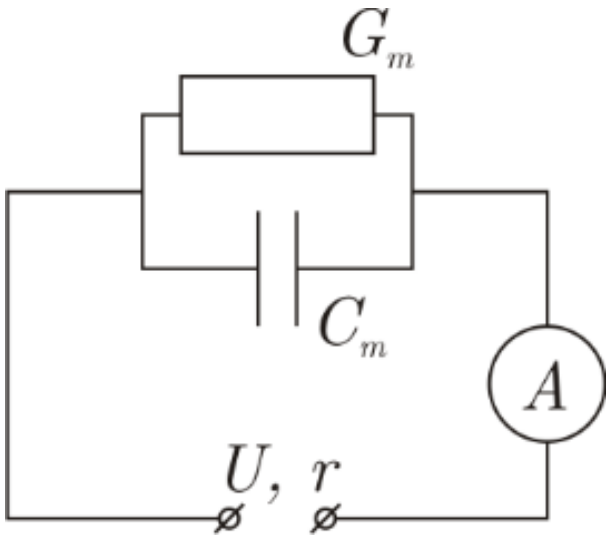
$$I = C_m \frac{dU_c}{dt} = C_m \left(\alpha - r \frac{dI}{dt} \right)$$

$$\frac{I}{C_m} = \alpha - r \frac{dI}{dt} \rightarrow \frac{dI}{C_m \alpha - I} = \frac{dt}{r C_m} \rightarrow I = \alpha C_m (1 - e^{-t/rC})$$

Из уравнения видно, что установившийся ток связан с ёмкостью C_m и скоростью изменения напряжения. Из Рис. 7

$$\alpha = \frac{0,4 \text{ мВ}}{0,2 \text{ с}} = 2 \text{ мВ/с}$$

$$I_{cr} = 20 \text{ пА}$$



Ответ:

$$C_m = \frac{I_{cr}}{\alpha} = \frac{20 \text{ пА}}{2 \text{ мВ/с}} = 10 \text{ нФ}$$

В3 0.50

Используя Рис. 6 и 7, оцените проводимость G_m мембраны. С помощью формул, графиков и диаграмм объясните свое решение.

Из Рис. 6 видно, что с течением времени, ток через амперметр устанавливается. При этом подано на мембрану $U = 50 \text{ мВ}$. Стационарный ток $I_{cr} = 5 \text{ пА}$,

$$\text{откуда } R_m = \frac{U}{I_{cr}} = \frac{50 \text{ мВ}}{5 \text{ пА}} = 10 \text{ ГОм}$$

$$\text{Ответ: } G_m = \frac{1}{R_m} = 0,1 \text{ нСм}$$

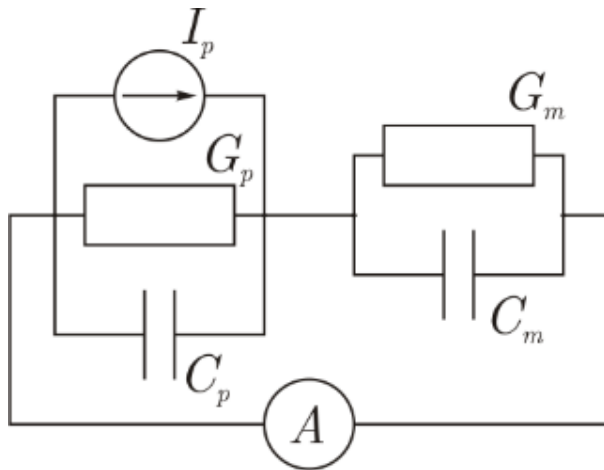
С1 0.50

Пусть описанная система мембран освещается достаточно мощным светом, таким, что суммарный ток, создаваемый всеми белками постоянен и равен I_p , а через амперметр течет ток I . Нарисуйте эквивалентную электрическую схему для такого эксперимента.

Протоны после прокачки попадают сразу к чёрной мембране. Поэтому Источник тока подключен параллельно мембране с белком.

Отметим, что мембраны с током это источник **тока**, а не напряжения.

Ответ:



C2^{2.00} Получите теоретическое выражение для фототока $I(t)$, измеряемого амперметром, в зависимости от времени. Ответ выразите через суммарный ток белков I_p , электрические характеристики мембраны с белком C_p и G_p и электрические характеристики черной липидной мембраны C_m и G_m . Начало отсчета времени $t = 0$ возьмите в момент включения света.

Пусть на мембране с белком напряжение U_p , а на черной мембране — U_m
Тогда закон Киргофа:

$$U_p + U_m = 0$$

$$I = I_p + U_p G_p + C_p \frac{dU_p}{dt} = U_m G_m + C_m \frac{dU_m}{dt}$$

Обозначим $C_0 = C_p + C_m$ и $G_0 = G_p + G_m$, $\tau_0 = \frac{C_0}{G_0}$, решаем систему и находим U_p или U_m

$$I_p + U_p G_0 = -C_0 \frac{dU_p}{dt}$$

$$-\frac{dt}{C_0} = \frac{dU_p}{I_p + U_p G_0}$$

Считая $I_p = \text{const}$ и $U_p(0) = 0$ интегрируем

$$-\frac{t}{C_0} = \frac{1}{G_0} \ln \frac{I_p + U_p G_0}{I_p}$$

$$U_m = -U_p = -\frac{I_p}{G_0} (1 - e^{-t/\tau_0})$$

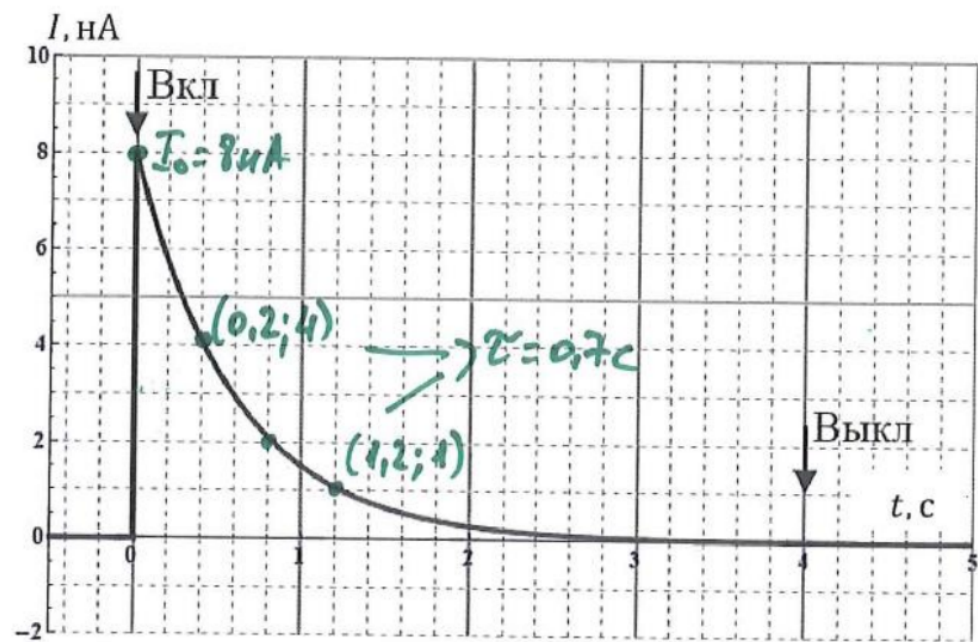
Подставим U_m в уравнение для тока

$$I = -I_p \frac{G_m}{G_0} + I_p \left(\frac{G_m}{G_0} - \frac{C_m}{C_0} \right) e^{-t/\tau_0}$$

Ответ:

$$I(t) = I_p \left[\frac{G_m}{G_m + G_p} + \left(\frac{C_m}{C_m + C_p} - \frac{G_m}{G_m + G_p} \right) e^{-t \frac{G_m + G_p}{C_m + C_p}} \right]$$

C3^{0.50} Используя Рис. 9 и численные данные полученные ранее, оцените проводимость G_p мембран с белком. С помощью формул, графиков и диаграмм объясните свое решение.



Из вышеуказанной формулы видно, что должен существовать стационарный ток при $t \rightarrow \infty$ $I = I_p \frac{G_m}{G_m + G_p}$, но он исчезающе мал $\left(\frac{G_m}{G_m + G_p} \ll 1 \text{ т. к. } G_m \ll G_p \right)$, поэтому ток можно описать как

$$I(t) = I_p \frac{C_m}{C_m + C_p} e^{-t \frac{G_p}{C_m + C_p}}$$

Найдя характерное время $\tau = \frac{C_m + C_p}{G_p}$, мы сможем найти G_p . Из графика находим $\tau \approx 0,7$ с. Зная из ВЗ C_m , получаем

Ответ:

$$G_p \approx \frac{60 \text{ нФ}}{0,7 \text{ с}} = 85 \text{ нСм}$$

С4 0.20

Вычислите отношение проводимости черной липидной мембраны и мембран с белком, т.е. найдите G_m/G_p .

Ответ:

$$\frac{G_m}{G_p} = \frac{0,1}{85} \approx 10^{-3} \ll 1$$

С5 0.50

Используя Рис. 9 и численные данные полученные ранее, оцените суммарный ток I_p , создаваемый белками. С помощью формул, графиков и диаграмм объясните свое решение.

Ток от белков I_p получается из значения $t = 0$

Ответ:

$$I_p = I(0) \frac{C_m + C_p}{C_m} = 48 \text{ нА}$$

С6 0.30

Рассчитайте, какая доля мембран α была ориентирована преимущественным образом на черной мембране. Найдите отношение количества белков, качающих протоны к мембране, к их общему количеству.

Зная ток от мембраны из пункта А1, запишем суммарный ток I_p

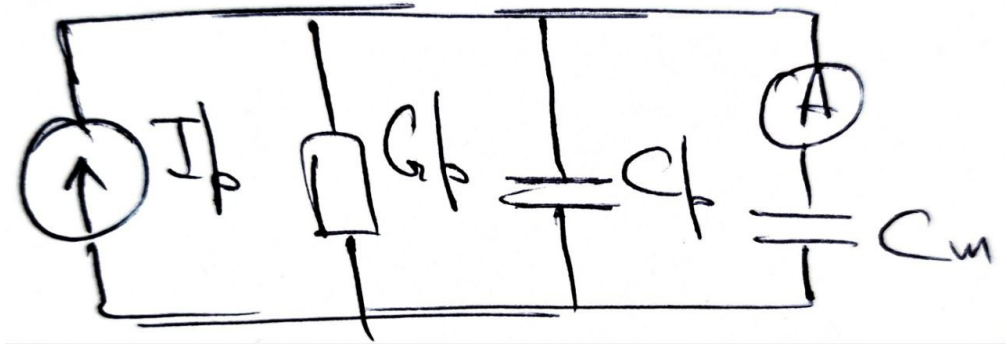
$$I_p = \alpha I_{bR} - (1 - \alpha) I_{bR}$$

$$\frac{I_p}{I_{bR}} = 2\alpha - 1$$

Ответ:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{I_p}{I_{bR}} \right) \approx 0,525$$

D1 0.20 Используя результат пункта C4, сделав необходимые пренебрежения, нарисуйте эквивалентную электрическую схему эксперимента.



D2 1.00 Получите выражение для тока, создаваемого белками, $I_p(t)$, считая известным измеряемый амперметром фототок $I(t)$. Ответ выразите через фототок $I(t)$ и электрические характеристики мембран с белком и черной мембраны. Начало отсчета времени $t = 0$ возьмите в момент включения света.

Аналогично C2 запишем закон Киргофа:

$$U_p + U_m = 0$$

$$I = I_p + U_p G_p + C_p \frac{dU_p}{dt} = C_m \frac{dU_m}{dt}$$

Учитывая, что $U_m(0) = 0$ и $U_m = -U_p$

$$U_m = \frac{1}{C_m} \int_0^t I(t) dt$$

$$I_p = I - U_p G_p - C_p \frac{dU_p}{dt}$$

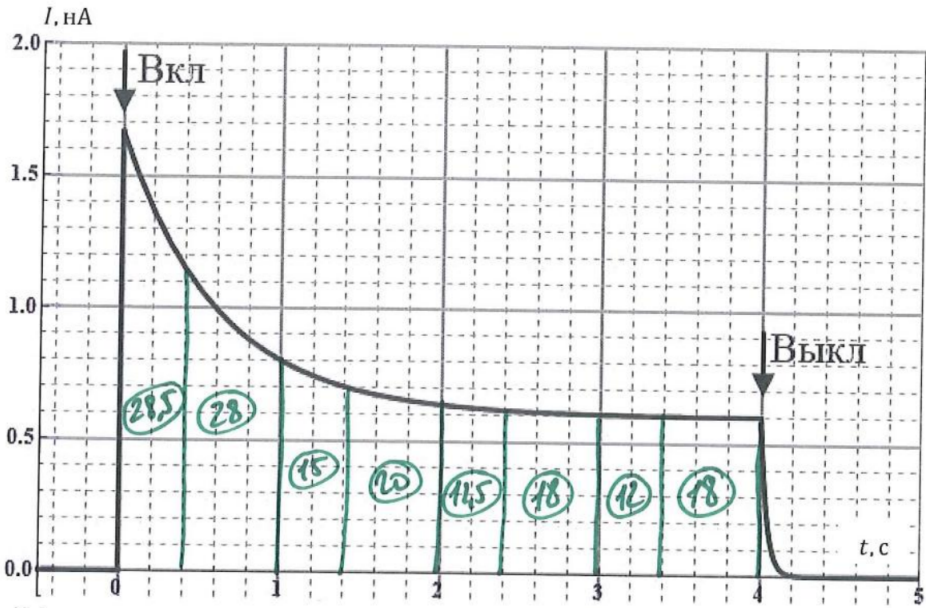
Ответ:

$$I_p(t) = \frac{C_p + C_m}{C_m} I(t) + \frac{G_p}{C_m} \int_0^t I(t) dt$$

D3 1.30 Используя результат из пункта D2 и Рис. 10, численно постройте график зависимости тока I_p от времени t . С точностью до коэффициента пропорциональности это будет график зависимости интенсивности падающего света от времени

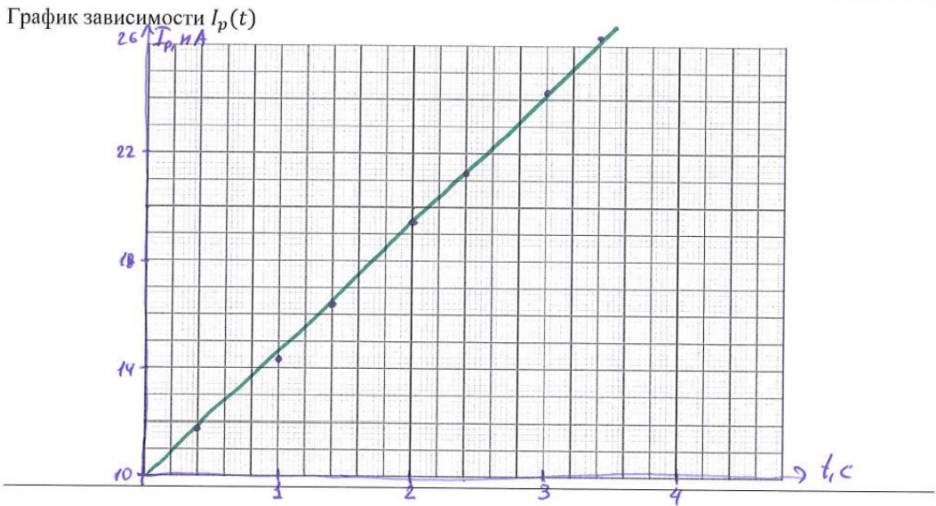
Нам нужно будет численно интегрировать график $I(t)$ /
 Расчетная формула для

$$I_p(t) = 6 \cdot I(t) + 8,5 \frac{1}{c} \int_0^t I(t) dt$$



$t, \text{ с}$	0,4	1,0	1,4	2,0	2,4	3,0	3,4
$I(t), \text{ нА}$	1,15	0,8	0,7	0,65	0,61	0,6	0,6
$\int I(t)dt, \text{ клет.}$	28,5	56,5	71,5	91,5	104	122	134
$\int I(t)dt, \text{ нА}\cdot\text{с}$	0,57	1,12	1,43	1,83	2,08	2,44	2,68
$I_p, \text{ нА}$	11,7	14,3	16,4	19,5	21,3	24,3	26,4

Ответ:



E1 1.00

В условиях эксперимента из части С этой задачи, но с увеличенной проводимостью черной липидной мембраны, перерисуйте Рис. 9. Т.е. схематично изобразите зависимость фототока $I^{GR}(t)$ от времени t , считая, что доля мембран с белком, ориентированных преимущественным образом, осталась той же, а мощности падающего света достаточно, чтобы все белки прокачивали протоны.

Используя результат из С2, скажем, что теперь $G_m \sim G_p$, поэтому мы увидим стационарный ток при освещении, т. е.

$$I_{\text{ст}} = I_p \frac{G_m}{G_m + G_p}$$

Ответ:

$$I_{\text{ст}} = 24 \text{ нА}$$

