

A1 ^{5.00} При какой максимальной величине прогиба h луч все еще будет выходить из системы с противоположной стороны?

Будем характеризовать движение луча в оптической системе функцией угла падения $\alpha(x)$ на верхнее зеркало от координаты x . Также, в системе проходит много отражений, так что $\alpha(x)$ можно считать непрерывной медленно меняющейся функцией (это соответствует пределу $h \rightarrow 0$).

Если луч отразился от верхнего зеркала в точке x , то следующая точка отражения будет на расстоянии $\Delta x = 2D\alpha(x)$ (без учета поправок меньшего порядка малости).

Обозначив за R радиус нижней поверхности и рассмотрев отражение луча от неё, легко понять, что при отражении в точке x (координата отсчитывается от центра системы) угол падения меняется на $\Delta\alpha = 2\beta = 2\frac{x}{R}$, где β - угол наклона касательной к окружности в точке x .

Поделив полученные равенства друг на друга и заменив приращения дифференциалами, получим диф. уравнение

$$\frac{dx}{d\alpha} = RD\frac{\alpha}{x}$$

Предельный случай, когда луч перестает проходить через систему, соответствует $\alpha(0)$.

Тогда, разделив переменные и проинтегрировав в нужных пределах, получим

$$-\frac{\alpha_0^2}{2} = -\frac{l^2}{2RD},$$

где l - расстояние от края системы до её центра по горизонтали. Это расстояние можно найти из геометрических соотношений для окружности (например, т. Пифагора) $l^2 = 2Rh$. В итоге $h = \frac{D\alpha_0^2}{2}$.

Ответ:

$$h = \frac{D\alpha_0^2}{2}$$