

A1 ^{1.00} Запишите условия механического равновесия для плазменного шнура и найдите зависимость давления от радиальной координаты $p(r)$.

Магнитное поле в плазменном шнуре на расстоянии r от центра (из т. о циркуляции):

$$B = \mu_0 \frac{j\pi r^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j r}{2}$$

Выделим цилиндрический слой длиной l , радиусом r и толщиной dr , в котором находится $n(r) \cdot 2\pi r \cdot l \cdot dr$ электронов, движущихся со скоростью $v(r)$; плотность тока $j = env$. Условие механического равновесия для него запишется как:

$$0 = F_{\text{л}} - dp \cdot 2\pi r l; \quad dp \cdot 2\pi r l = -2\pi en v B r l dr = -\pi \mu_0 j^2 r^2 l dr$$

Интегрируя, получим зависимость:

$$p(r) = p(0) - \mu_0 j^2 r^2 / 4$$

Так как нам дана температура и концентрация электронного газа на оси, имеем $p(0) = nkT$.

Ответ:

$$p(r) = nkT - \mu_0 j^2 r^2 / 4$$

A2 ^{0.50} Считая, что на границе шнура давление пренебрежимо мало, получите зависимость радиуса шнура от напряжения, пользуясь соотношением $j = \lambda E$, где E – напряженность поля, λ – проводимость среды (считайте её постоянной). Соотношение выше – это закон Ома, записанный в дифференциальной форме

Считая, что на границе давление равно нулю (пренебрежимо мало), получаем зависимость радиуса шнура от плотности тока:

$$\mu_0 j^2 R^2 = 4nkT, \quad R = \sqrt{\frac{4nkT}{\mu_0 j^2}}$$

С другой стороны,

$$E = \frac{U - U_0}{d} = \frac{j}{\lambda}$$

Отсюда:

Ответ:

$$R = \frac{d}{\lambda(U - U_0)} \sqrt{\frac{4nkT}{\mu_0}}$$

A3 ^{0.50} Покажите, что из результатов пунктов A1 и A2 следует схожий вид зависимости. Найдите значения a и b через заданные параметры дуги и физические постоянные.

Полный ток в дуге:

$$I = j\pi R^2 = \frac{4\pi d n k T}{\lambda \mu_0 (U - U_0)}$$

Отсюда:

$$U = U_0 + \frac{4\pi d n k T}{\lambda \mu_0 I},$$

что совпадает с тем, что нужно

B1 ^{1.00} Постройте вольтамперные характеристики для всей цепи (кроме источника) для каждого из случаев. Укажите на графике точки, в которых может возникнуть разряд.

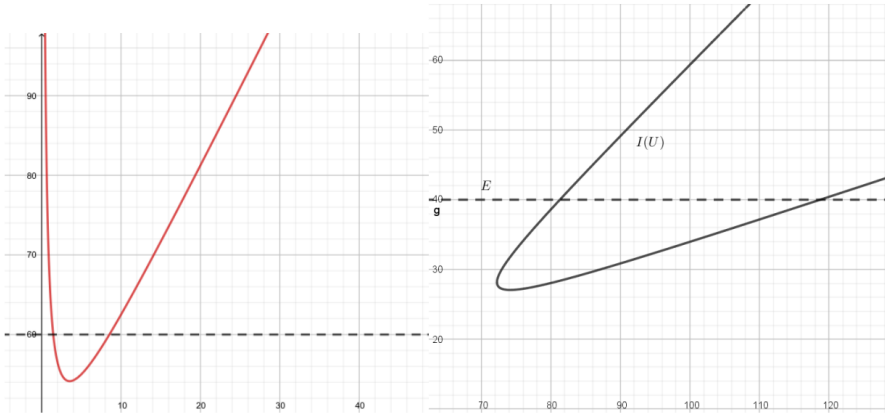
Для последовательного соединения имеем ВАХ

$$U = RI + a + \frac{b}{I};$$

для параллельного ВАХ неоднозначный и даётся формулой

$$U = Ir + \frac{a + IR \pm \sqrt{(a - IR)^2 - 4bR}}{2}$$

Ответ:

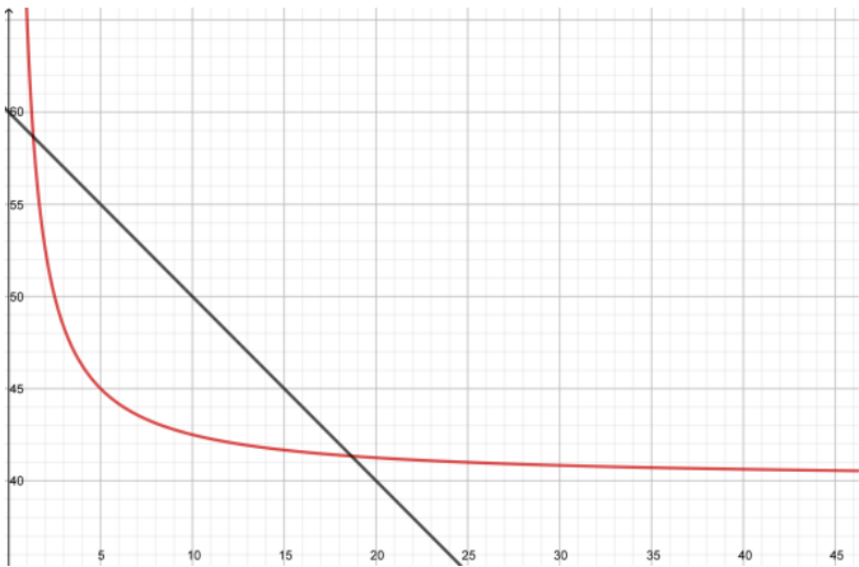


Точки, в которых может возникнуть разряд - пересечения ВАХ с горизонтальной прямой $U = \varepsilon$.

В2 2.00

С помощью схем, графиков, формул проанализируйте возможности получения устойчивого разряда. Укажите все точки, где получается устойчивый и неустойчивый разряд.

Для анализа устойчивости удобно искать пересечения ВАХ дуги с нагрузочной прямой $U = \varepsilon - RI$:



Обозначим точки пересечения за А и В. Если в точке А ток случайно увеличится на какую-то величину ΔI , то напряжение на концах дуги $\varepsilon - rI$ уменьшится; однако, для горения дуги оно должно быть еще меньше, так как ВАХ лежит ниже нагрузочной прямой; таким образом, напряжение продолжит уменьшаться, а ток – расти. В точке В же при увеличении тока подаваемое напряжение уменьшается, а должно увеличиться; чтобы обеспечить это, ток уменьшается.

В общем случае условие устойчивости можно представить так: суммарное дифференциальное сопротивление цепи $\frac{dU}{dI}$ больше нуля.

В3 0.50

Найдите значения тока в разряде (т.н. рабочие точки) через $\mathcal{E}$, R , r , a , b .

Просто решаем квадратное уравнение:

$$\varepsilon = (R + r)I + a + \frac{b}{I}$$

Получаем два значения тока:

$$I_{\pm} = \frac{\varepsilon - a \pm \sqrt{(\varepsilon - a)^2 - 4b(R + r)}}{2(R + r)}$$

При отрицательном дискриминанте пересечений у нагрузочной прямой и ВАХ дуги нет.

Ответ:

$$I_{\pm} = \frac{\varepsilon - a \pm \sqrt{(\varepsilon - a)^2 - 4b(R + r)}}{2(R + r)}$$

В4 1.50

Найдите условие устойчивости тока разряда. Ответ выразите через R , r и b .

Условие положительности дифференциального сопротивления выглядит как

$$\frac{d}{dI}\left(a + \frac{b}{I} + I(R + r)\right) = R + r - \frac{b}{I^2} > 0$$

Отсюда:

$$I^2 > \frac{b}{R+r}$$

Заметим, что положительный корень уравнения из предыдущего пункта этому условию действительно удовлетворяет.

Ответ:

$$I^2 > \frac{b}{R+r}$$

B5 0.50 Найдите максимальное значение сопротивления R , для которого можно получить стационарный разряд для заданного источника $(\mathcal{E},r)$.

Устойчивый корень исчезает, когда корни $I_{\pm}$ совпадают, т.е.

$$R = \frac{(\varepsilon - a)^2}{4b} - r$$

Ответ:

$$R = \frac{(\varepsilon - a)^2}{4b} - r$$

B6 1.00 Нарисуйте на одном графике зависимость выделяемой мощности от силы тока $P = f(I)$ для каждого элемента цепи и для всей цепи в целом. Отметьте на графике точки, в которых возможно горение дуги.

Мощность, выделяемая на активном сопротивлении

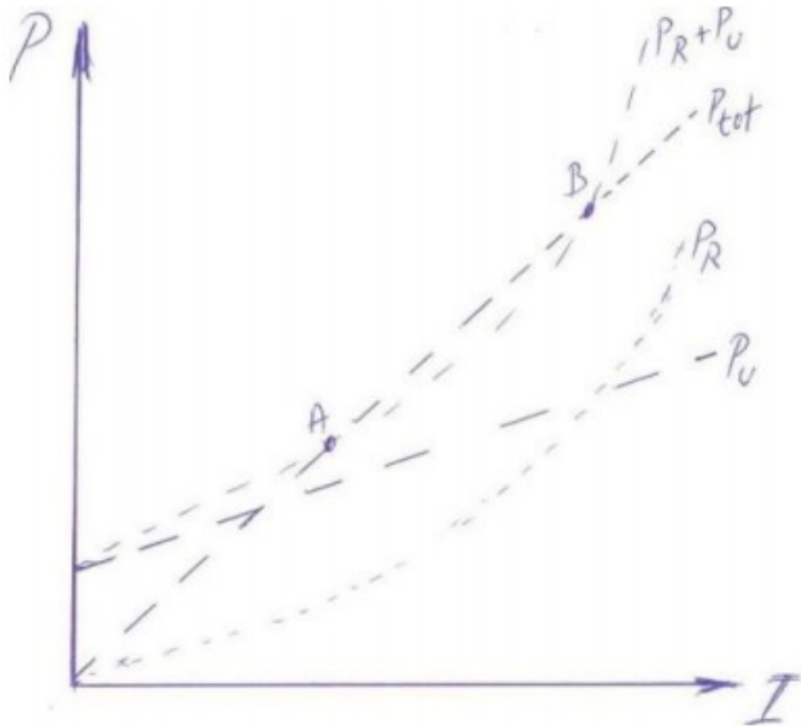
$$P_1 = I^2(R+r)$$

а на дуге

$$P_2 = UI = a + bI$$

Все мощности, включая суммарную (εI) представлены на рисунке. Горение возможно в точках А и В

Ответ:



C1 1.00 Определите вид зависимости коэффициентов a и b от длины дуги и численные значения характерных параметров.

Снимая зависимость $U(l)$ при $I = \text{const}$ для разных токов, понимаем, что коэффициенты – линейная функция длины разряда. Вычитая прямые $U(l)$ для разных токов, мы можем найти, что $b = c + dL$ и оба коэффициента c и d ; затем можно найти a и убедиться, что оно от L не зависит. Численные ответы:

$$b = 16.7 \text{ ВТ} + 10 \frac{\text{ВТ}}{\text{мм}} L, \qquad a = 39.3 \text{ В}$$

Ответ:

$$b = 16.7 \text{ Вт} + 10 \frac{\text{Вт}}{\text{мм}} L, \qquad a = 39.3 \text{ В}$$

С2 0.50

С дугой, исследуемой в пункте С1, проводится следующий эксперимент. После получения устойчивого разряда длина дугового промежутка начинает увеличиваться, при этом ЭДС в цепи изменяется так, чтобы поддерживать ток через дугу постоянным и равным $I = 5 \text{ А}$. Полное омическое сопротивление цепи (без дуги) равно $R = 2 \text{ Ом}$. Определите:

- при какой длине дуги разряд станет нестационарным;
- какова при этом будет ЭДС источника.

В предыдущих пунктах было получено, что разряд стабилен при условии

$$I^2 > \frac{c + dL}{R};$$

отсюда следует, что он перестанет быть стабильным при

$$L = \frac{I^2 R - c}{d} \approx 3.3 \text{ мм}$$

Из закона Кирхгофа при этом полное напряжение в цепи

$$\varepsilon = a + IR + \frac{c + dL}{I} = a + 2IR \approx 59 \text{ В}$$

Ответ:

$$L = \frac{I^2 R - c}{d} \approx 3.3 \text{ мм}$$

$$\varepsilon = a + IR + \frac{c + dL}{I} = a + 2IR \approx 59 \text{ В}$$