

Пусть r - расстояние от центра линзы до источника, а R - до изображения. Используя формулу тонкой линзы и подобие треугольников, получим:

$$\frac{r}{R} = 1 + \frac{d}{R}$$

Запишем уравнение эллиптической орбиты относительно центра линзы.

$$\frac{(d-f)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Посчитаем r^2 двумя способами. Из формулы тонкой линзы:

$$r^2 = R^2 \left(1 + \frac{d}{F} \right)^2$$

Из уравнения эллипса:

$$d^2 + b^2 - \frac{b^2}{a^2}(d-F)^2 = r^2$$

После преобразований получим квадратное уравнение относительно d .

$$\left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{R^2}{F^2} \right) d^2 + 2 \left(\frac{b^2 F}{a^2} - \frac{R^2}{F} \right) d + b^2 - \frac{b^2 F^2}{a^2} - R^2 = 0$$

Поскольку равенство в уравнении вида $x^2 p + qx + r = 0$ при условии постоянства R должно быть выполнено при всех x , то $p = q = r = 0$.

Решая полученную систему уравнений, получим:

$$R = \frac{F}{\sqrt{2}}, \quad b = c = F, \quad a = \sqrt{2}F.$$

Поскольку $c = F$, центр линзы должен являться одним из фокусов эллипса.

Если центр линзы совпадает с положением притягивающего заряда, то возможны два положения центра эллипса: 1) данный на рисунке фокус линзы; 2) точка, находящаяся на том же расстоянии от заряда, что и фокус данный на рисунке, положение которой определим, проведя окружность, центр которой совпадает с зарядом, а радиус равен фокусному расстоянию.

Если положение линзы не совпадает с положением заряда, то возможны ещё два случая: 1) если данный на рисунке фокус является центром эллипса, вновь проведём окружность радиуса F , но теперь с центром в данном фокусе, точка пересечения с главной оптической осью и будет являться центром линзы; 2) если данный на рисунке фокус не является центром эллипса, то необходимо разделить на 3 части отрезок, соединяющий заряд и фокус на рисунке; в этом случае центр линзы находится на расстоянии $\frac{SF}{3}$ от фокуса.

Когда источник оказывается по другую стороны от плоскости линзы, система из первых двух уравнений нарушается, поскольку в первом уравнении должен стоять модуль d , а в уравнении эллипса - нет. Поэтому движение по дуге окружности происходит, пока частица находится в одном полупространстве вместе с центром эллипса, то есть дуга является половиной окружности.

После построения возможных положений центра линзы, чтобы восстановить дугу окружности, построим изображение источника в линзе в момент, когда он пролетает над центром эллипса. Для этого соединим положение источника с центром линзы, затем проведём прямую параллельную главной оптической оси до пересечения с линзой и соединим точку пересечения с центром эллипса. Точка пересечения последних двух отрезков является изображением. С помощью циркуля построим половину окружности.