

При движении частицы возникает составляющая силы взаимодействия с Солнечным излучением, направленная против вектора скорости частицы. Поясним это.

Солнце, как и частица, излучает изотропно, следовательно, фотоны в неподвижной в системе отсчёта частицы движутся вдоль радиальных направлений. В системе отсчёта частицы возникает абберрация солнечного излучения, и вектор скорости фотонов поворачивается на угол $\phi = \frac{v}{c} \ll 1$, где v - скорость частицы в данный момент времени. Поскольку $v \ll c$, эффект Доплера, а также различие импульсов фотонов в неподвижной системе отсчёта и в собственной можно не учитывать, поскольку это слабо скажется на нужной нам составляющей силы взаимодействия частицы с Солнечным излучением.

Перейдём к поиску тормозящей силы. Полная сила взаимодействия частицы с солнечным излучением равняется

$$F(l) = \frac{I(l)}{c} \pi r^2$$

Из сохранения потока энергии найдём $E(l)$

$$I(l) = I_0 \frac{R^2}{l^2}$$

Тогда выражения для тормозящей силы $F_\tau = -F\phi$

$$F_\tau = -\frac{I_0 R^2 \pi r^2 v}{l^2 c^2}$$

Запишем закон изменения момента импульса для частицы

$$\frac{dL}{dt} = m \frac{d(lv)}{dt} = m \left(l \frac{dv}{dt} + v \frac{dl}{dt} \right) = F_\tau l$$

Сила взаимодействия с с солнечным излучением мала по сравнению с силой гравитационного взаимодействия, поэтому можно считать, что в любой момент частица движется по круговой орбите. Из второго закона Ньютона получим

$$m \frac{v^2}{l} = \frac{GM_c}{l^2}$$

Из последнего равенства следует, что $v^2 l = \text{const}$. Дифференцируя

$$2l \frac{dv}{dt} + v \frac{dl}{dt} = 0$$

Из закона изменения момента импульса и последнего соотношения получаем

$$\frac{mv}{2} \frac{dl}{dt} = -\frac{I_0 R^2 \pi r^2 v}{lc^2}$$

Проинтегрировав последнее уравнение, получим зависимость прошедшего времени от радиуса круговой орбиты

$$t = \frac{mc^2(R^2 - l^2)}{4I_0 R^2 \pi r^2} = \frac{\rho r c^2}{3I_0} \left(1 - \frac{l^2}{R^2} \right)$$

По условию радиус солнца много меньше R , поэтому при поиске T можно пренебречь $\frac{R_c^2}{R^2}$.

Таким образом, получаем

Ответ: $T = \frac{\rho r c^2}{3I_0}$