

A1 ^{0.10} Линейно поляризованный свет интенсивностью I_0 падает на анализатор A , ось поляризации которого повернута на угол α по отношению к оси поляризатором P . Определите интенсивность света после прохождения через анализатор. Отражением и поглощением пренебречь.

Ответ: При проецировании напряженности I_0 на ось, напряженность $E \sim \sqrt{I_0}$ имеет проекцию $E \cdot \cos \alpha$, из чего следует интенсивность на выходе, равная $I \sim (E \cos \alpha)^2, I = I_0 \cos^2 \alpha$

A2 ^{0.40} Поляризатор и анализатор расположены перпендикулярно друг другу, и свет не проходит через анализатор. Если между двумя элементами поместить третий поляризатор P' , свет начинает проходить через анализатор. Найдите интенсивность I прошедшего света через интенсивность падающего света I_0 и угол α , который составляет ось поляризатора P' с осью поляризатора P . Найдите максимальную интенсивность прошедшего света I' и угол α' , при котором она достигается.

Ответ: Дважды применив результат из пункта A1, получим выходную интенсивность, равную $I = I_0 \cos^2(\alpha) \cos^2(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{I_0}{4} \sin^2(2\alpha)$. Максимум достигается при

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, I_{max} = \frac{1}{4} I_0.$$

A3 ^{0.30} Рассмотрим кристалл, грани которого параллельны оси кристалла. Линейно-поляризованный свет нормально так падает на поверхность кристалла. Два луча будут распространяться в одном направлении, но с разными скоростями. Они линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. На выходе из кристалла между двумя лучами появляется фазовый сдвиг. Выразите этот фазовый сдвиг δ через показатели преломления n_o и n_e , а также длину волны излучения λ и толщину кристалла d .

Ответ: Оптическая разность хода равна $(n_e - n_o) \cdot d$. Как следствие, сдвиг фазы равен $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o)$

A4 ^{1.20} Пусть амплитуды обеих волн (обыкновенной и необыкновенной), одинаковы и равны E . Найдите соотношение между напряженностью электрического поля необыкновенной волны E_e , напряженностью электрического поля обыкновенной волны E_o и фазовым сдвигом δ . Проанализируйте случаи, когда сдвиг фазы δ принимает значения $\delta = 2\pi k, \delta = (2k + 1)\pi, \delta = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Для каждого из случаев укажите поляризацию света, выходящего из кристалла.

Ответ: $E_e = E \cdot \sin(\omega t), E_o = E \cdot \sin(\omega t + \delta)$. Верно, что

$$E_o = E \sin(\omega t) \cos(\delta) + E \sin(\delta) \cos(\omega t)$$
$$(E_o - E \sin(\omega t) \cos(\delta))^2 = (E \sin(\delta) \cos(\omega t))^2$$

. Если раскрыть квадрат, мы получим финальное соотношение $E_0^2 + E_e^2 - 2E_0E_e \cos(\delta) = E^2 \sin^2(\delta)$

B1 ^{0.50} Найдите приближенную функцию зависимости $\eta(E)$.

Ответ:

$$\eta = \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_0^2(1 + aE)^2} = \frac{1}{n_0^2}(1 - 2aE) = \frac{1}{n_0^2}(1 + rEn_0^2) = \frac{1}{n_0^2} + rE.$$

B2 ^{0.50} Вариант ячейки Поக்கельса показан на рисунке. Показатель преломления вещества в отсутствие поля n_0 , размеры ячейки L и d . длина волны используемого излучения λ , и коэффициент Поக்கельса r . Какое напряжение нужно приложить, чтобы ячейка вносила разность фаз $\delta\phi = \phi - \phi_0 = \pi$, где ϕ_0 — фазовый сдвиг при отсутствии поля, ϕ — в присутствии поля.

Ответ: Для разности фаз в π , необходимо получить такое поле E , что

$$\alpha EL = \frac{\lambda}{2}.$$

Значит,

$$U = Ed = \frac{\lambda d}{2\alpha L} = \frac{\lambda d}{rn_0^3 L}.$$

(Знак в этой части неважен, поскольку на рисунке не указано положительное направление поля, и, как следствие, мы не можем его узнать).

В3^{1.00}

Пусть для некоторого анизотропного вещества два показателя преломления зависят от напряженности поля следующим образом

$n_e = n_{e0} - \frac{1}{2}r_en_{e0}^3E$ и $n_o = n_{o0} - \frac{1}{2}r_on_{o0}^3E$. Кристалл был вырезан так, что в отсутствии поля на выходе получался линейно-поляризованный свет. Какое минимальное напряжение нужно приложить, чтобы получить на выходе линейно-поляризованный свет, поляризация которого повернута на 90° относительно той, которая получается на выходе при отсутствии напряжения?

Ответ: Для поворота плоскости поляризации на 90° , нужна разность фаз в π . Для того, чтобы она была достигнута, нужно такое напряжение U , что $\frac{1}{2}(r_en_{e0}^2 - r_on_{o0}^3)\frac{U}{d}L = \frac{\lambda}{2}$.
$$U = \frac{\lambda d}{(r_en_{e0}^2 - r_on_{o0}^3)L}$$

В4^{2.00}

На рисунке изображена кювета с нитробензолом (который проявляет эффект Керра), в которой расположен конденсатор. С обеих сторон к кювете примыкают два идеальных поляроида, разрешенные направления которых параллельны и направлены под углом $\alpha = 45^\circ$ к направлению поля в конденсаторе. Пластины конденсатора имеют длину $l = 5$ см, расстояние между ними $d = 5$ мм. К конденсатору приложено напряжение $U = 2910$ В. Определите интенсивность I света на выходе второго поляроида, если на первый поляроид падает свет, поляризованный по кругу с интенсивностью I_0 . Постоянная Керра для нитробензонла равна $B = 2.2 \cdot 10^{-12}$ м/В².

Ответ: Если на выходе из первого поляризатора есть равные компоненты поляризации

$$(E \sin(\omega t), E \sin(\omega t))$$

, то на выходе кюветы будет

$$(E \sin(\omega t + \varphi), E \sin(\omega t + \varphi + \delta)).$$

После прохождения второго поляризатора свет пойдет с напряженностью

$$\sqrt{2}E_{out} = E \sin(\omega t + \varphi) + E \sin(\omega t + \varphi + \delta) = E \sin(\omega t + \varphi) \cdot (1 + \cos \delta) + E \cos(\omega t + \varphi) \sin \delta.$$

Квадрат амплитуды колебаний E_{out} равен

$$\frac{1}{2}E^2((1 + \cos \delta)^2 + \sin^2 \delta) = E^2(1 + \cos \delta).$$

Из этого

$$I = \frac{1}{4}I_0(1 + \cos \delta) = \frac{1}{4}I_0(1 + \cos(2\pi BE^2 L)), E = \frac{U}{d}.$$

$$I \approx 0.4931I_0.$$

С1^{1.00}

Выразите интенсивность в точке M в виде $I(M) = 2I_0[1 + V(p) \cos(2\pi p)]$. Найдите функцию видности $V(p)$ через λ_0 , $\Delta\lambda$ и p .

Ответ: При инетференции двух монохроматических лучей в точке с порядком интерференции p , получается интенсивность $\delta I = 2\delta I_0(1 + \cos(2\pi p))$. Если взять интеграл

$$I = \int_{k-\Delta k/2}^{k+\Delta k/2} 2I_0(1 + \cos(2\pi p))\frac{dk}{\Delta k},$$

то получится выражение

$$I = 2\delta I_0(1 + \text{sinc}(\pi p \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}) \cos(2\pi p)).$$

$$V(p) = sinc(\pi p \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0})$$

C2^{0.60} Найдите длину когерентности Δl , которая определяется как минимальная оптическая разность хода, при которой смазывается интерференционная картина. Найдите связь между временем когерентности $\Delta t = \Delta l/c$ и шириной спектра $\Delta \nu$.

Ответ: Интерференционная картина полностью смазывается, когда $V(p) = 0$. Первый раз такое происходит при

$$p \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = 1.$$

Как следствие

$$\Delta l = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} = 3.45 \text{ м}.$$

$$\Delta \nu = \nu \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{c \Delta \lambda}{\lambda_0^2}.$$

$$\Delta \nu \cdot \Delta t = 1.$$

C3^{0.60} Определить наибольшее значение порядка интерференции p , для которого видность $V(p)$ наблюдаемых полос выше 90%.

Ответ: Численно решив уравнение $\sin x = 0.9 x$ на калькуляторе, мы получим $x \approx 0.78668$.

$$p = \frac{\lambda_0}{\pi \Delta \lambda} x = 1.34 \cdot 10^6.$$

C4^{1.00} Выразите интенсивность в точке наблюдения интерференционной картины M в виде аналогичном пункту C1. Найдите функцию видности $V(p)$ через $\lambda_0, \delta \lambda, \Delta \lambda$ и p .

Ответ: Если сложить

$$I_0 \left(1 + sinc(\pi p \frac{\delta \lambda}{\lambda}) \cos(2\pi p(1 - \frac{\Delta \lambda}{2\lambda}))\right) + I_0 \left(1 + sinc(\pi p \frac{\delta \lambda}{\lambda}) \cos(2\pi p(1 + \frac{\Delta \lambda}{2\lambda}))\right),$$

то получится

$$2I_0 \left(1 + sinc(\pi p \frac{\delta \lambda}{\lambda}) \cos(\pi p \frac{\Delta \lambda}{\lambda}) \cos(2\pi p)\right).$$

То есть

$$V(p) = sinc(\pi p \frac{\delta \lambda}{\lambda}) \cos(\pi p \frac{\Delta \lambda}{\lambda})$$

C5^{0.40} Для какого порядка интерференции p_0 в точке M будет наибольшая интенсивность?

Ответ: Из формулы очевидно, что максимальная интенсивность достигается в $p_0 = 0$.

C6^{0.70} Для какого порядка интерференции p_1 в точке M будет первое уменьшение интенсивности света до значения, равного половине наибольшей интенсивности?

Ответ: В целых p первое значение интенсивности меньше $I_0/2$ будет в точке

$$p_1 = \frac{\lambda_0}{2\Delta\lambda} \approx 491$$

где $V(p)$ впервые обращается в 0.

С7^{0.70} Начиная с какого порядка интерференции p_2 , контраст интерференционных полос начинает снова увеличиваться после того, как он всегда уменьшался?

Ответ: Контраст максимумов относительно засветки уменьшается при уменьшении $sinc$ в $V(p)$. Поэтому заново он начнет увеличиваться в момент, когда $sinc$ станет равен нулю – то есть верно, что

$$\pi p_2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \pi,$$

$$p_2 = \frac{\lambda_0}{\delta\lambda} \approx 53\,573.$$