

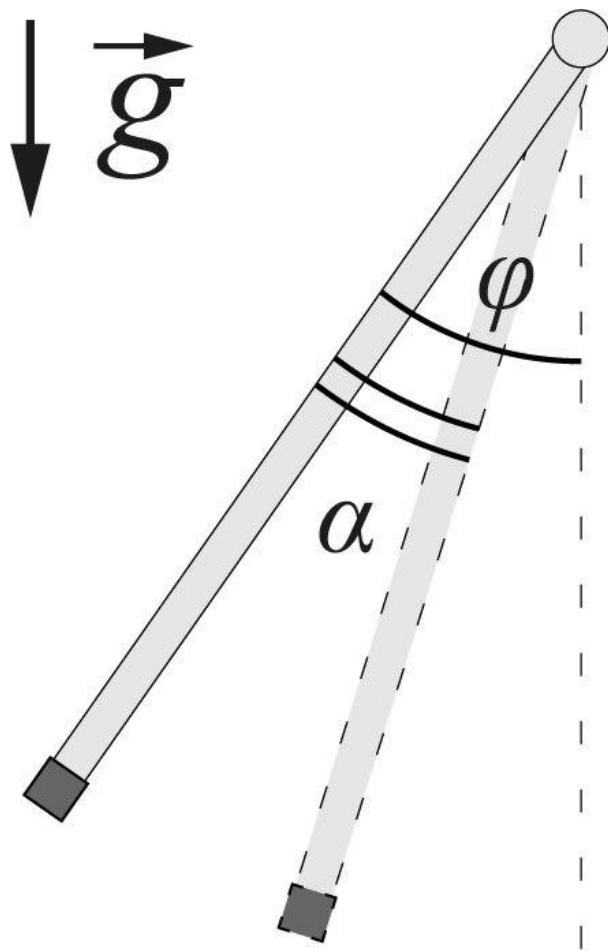
Пусть в положении равновесия угол между стержнем и вертикалью равен φ , причём он отсчитывается от нижнего положения частицы. Тогда из условия равновесия получим выражение для силы F

$$F = mg \sin \varphi$$

Отметим, что $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, поскольку иначе положение равновесия неустойчиво.

Проанализируем последующее движение. Пусть α — угол поворота стержня от начального положения, а L — его длина. Из второго закона Ньютона для тангенциального ускорения можно получить

$$a_\tau = \frac{F}{m} + g \sin(\varphi - \alpha) = g(\sin \varphi + \sin(\varphi - \alpha))$$



Из выражения следует, что при $0 \leq \alpha \leq 2\varphi$ частица разгоняется, при $2\varphi < \alpha \leq \pi$ — замедляется, и при $\pi < \alpha \leq 2(\pi + \varphi)$ вновь разгоняется. Запишем закон сохранения механической энергии в произвольный момент времени

$$-mgL \cos \varphi + FL\alpha = -mgL \cos(\varphi - \alpha) + \frac{mv^2}{2}$$

Если остановка частицы происходит при значениях $\alpha < \pi$, то в дальнейшем частица будет двигаться в области, ограниченной двумя положениями её нулевой скорости. Если же частица преодолевает данный барьер, то при $\alpha > \pi$ её кинетическая энергия будет возрастать. Таким образом, необходимым условием полного оборота является ненулевая скорость в момент $\alpha = \pi$, или же

$$v^2 = \frac{2\pi LF}{m} - 4gL \cos \varphi \geq 0$$

Выразим $\cos(\varphi)$ из первого соотношения

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{F}{mg}\right)^2}$$

Из последних двух соотношений получим

$$\frac{\pi F}{2} \geq \sqrt{(mg)^2 - F^2}$$

Также из условия равновесия стержня ясно, что

$$F \leq mg$$

и окончательный диапазон значений F

Ответ:

$$mg \geq F \geq \frac{mg}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}}$$