

A1 ^{2.00}

Найдите максимальную мощность P_1 , выделяющуюся на нелинейном элементе.

Обозначим за A точку на графике вольт-амперной характеристики нелинейного элемента, а за O — центр окружности. Пусть OA составляет угол φ с осью напряжений $\frac{U}{U_0} = x$. Тогда

$$P_{\text{нэ}} = IU = U_0 I_0 \sin \varphi \cos \varphi = \frac{U_0 I_0 \sin 2\varphi}{2}$$

В начальный момент угол φ принимает значение $\pi/3$, поэтому в процессе дальнейшей зарядки конденсатора величина 2φ принимает значения $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 2\pi$. Таким образом, максимальная мощность, выделяющаяся на нелинейном элементе достигается в момент замыкания ключа и равна

Ответ:

$$P_1 = \frac{U_0 I_0 \sqrt{3}}{4}$$

A2 ^{8.00}

Найдите максимальную скорость изменения энергии конденсатора P_2 и время после замыкания ключа Δt , через которое она достигается.

Скорость изменения энергии конденсатора

$$\frac{dW}{dt} = I_C U_C = U_0 I_0 \sin \varphi (1 - \cos \varphi)$$

Величина $\sin \varphi (1 - \cos \varphi)$ является площадью равнобедренного треугольника с основанием $2 \sin \varphi$ и высотой $(1 - \cos \varphi)$, вписанного в окружность единичного радиуса. Максимум площади достигается в случае равностороннего треугольника. Таким образом, в этот момент времени φ принимает значение $2\pi/3$, а максимальная площадь равняется $S_{\text{max}} = 3\sqrt{3}/4$
Окончательно

$$P_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} U_0 I_0$$

Найдём время, через которое φ принимает значение $2\pi/3$. Рассмотрим изменение напряжения на конденсаторе с течением времени. Поскольку суммарное напряжение на нелинейном элементе и конденсаторе сохраняется

$$\frac{dU_C}{dt} = -U_0 \frac{dx}{dt}$$

Величину $\frac{dx}{dt}$ найдём из условия движения точки A по окружности с некоторой угловой скоростью ω

$$\frac{dx}{dt} = -\omega \sin \varphi \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \omega U_0 \sin \varphi$$

С другой стороны

$$q_C = C U_C$$

Откуда

$$I_C = C \frac{dU_C}{dt} = I_0 \sin \varphi$$

Комбинируя два выражения для $\frac{dU_C}{dt}$

$$\omega = \frac{I_0}{C U_0} = \text{const}$$

Таким образом, OA вращается с постоянной угловой скоростью и к моменту достижения максимальной скорости изменения конденсатора поворачивается на угол $\pi/3$, откуда сразу получим выражение для времени

$$\Delta t = \frac{\pi C U_0}{3 I_0}$$

Ответ:

$$P_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} U_0 I_0$$

$$\Delta t = \frac{\pi C U_0}{3 I_0}$$