



Часть А. Движение в неоднородном поле постоянного направления (3.9 балла)

Частица зарядом q и массой m движется только под действием электрического поля $E(y)$, параллельного оси y по траектории $y = b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ (величины a и b известны и $a, b > 0$). В начальный момент времени скорость частицы равна v_0 и направлена перпендикулярно электрическому полю.

A1 ^{2.40} Найдите зависимость проекции электрического поля $E_y(y)$ от координаты y , где $y \in (0, b]$. Ответ выразите через v_0, a, b, q, m .

A2 ^{1.20} Из той же начальной точки в том же электрическом поле такую же частицу отпускают без начальной скорости. Определите скорость v_1 , когда частица пройдёт расстояние $s = b/41$. Ответ выразите через v_0, a, b .

A3 ^{0.30} Найдите время движения τ для предыдущего пункта. Ответ выразите через величины, заданные в A1.

Часть В. Распределение зарядов (2.1 балла)

B1 ^{0.10} Для удобства дальше будем использовать такое обозначение. Пусть $E_y(b) = E_0$. Запишите, как $E_y(y)$ из A1 выражается через E_0, b, y .

Пусть теперь электрическое поле устроено так:

$$E = 0 \text{ для } y > 2b; y < \frac{b}{100}$$

Для $y \in (b/100, 2b)$ выполняется функциональная зависимость, найденная в пункте A1.

Напомним, что электрическое поле везде направлено параллельно оси Oy .

Данное электрическое поле создаётся следующей системой зарядов:

Заряженная плоскость $y = y_1 = b/100$ с поверхностной плотностью заряда σ_1 ;

Заряженная плоскость $y = y_2 = 2b$ с поверхностной плотностью заряда σ_2 ;

Объёмным зарядом с плотностью $\rho(y)$, распределённым между указанными выше плоскостями.

B2 ^{2.00} Найдите $\sigma_1, \sigma_2, \rho(y)$. Ответ выразите через E_0, b, y и фундаментальные постоянные.

Часть С. Эквипотенциальные поверхности заряженного отрезка (4 балла)

Стержень длины $2L$ заряжен равномерно по длине с линейной плотностью заряда ρ . Введём систему координат YOX с началом в центре стержня, ось OX направлена вдоль стержня, а ось OY — перпендикулярно ему.

C1 ^{0.60} Найдите точки, лежащие на прямых $x = 0$ и $y = 0$ такие, что потенциал в этих точках равен φ_0 .

C2 ^{2.00} Докажите, что кривая $y(x)$ такая, что потенциал в любой её точке равен φ_0 , является эллипсом. Найдите уравнение данного эллипса в координатах $y(x)$, а также его большую и малую полуоси a и b соответственно.

По гладкой спице, имеющей форму эллипса, найденного в пункте C2, из точки $x = 0$ со скоростью v_0 запускают заряженную частицу массы m и заряда q . Потенциал спицы равен φ_0 .

C3 ^{0.40} Найдите радиус кривизны R данного эллипса в точке с координатой x . Ответ выразите через x, a и b .

Примечание: Если задана функция $y = f(x)$, то её радиус кривизны в заданной точке можно вычислить по формуле

$$R = \frac{\left(1 + y'^2\right)^{\frac{3}{2}}}{|y''|}.$$

C4 ^{0.50} Найдите силу взаимодействия частицы со спицей в её точках пересечения с прямой $x = 0$. Ответ выразите через $m, q, v_0, L, \rho, \varphi$ и физические постоянные.

C5 ^{0.50} Найдите силу взаимодействия частицы со спицей в её точках пересечения с прямой $y = 0$. Ответ выразите через $m, q, v_0, L, \rho, \varphi$ и физические постоянные.

Т

Механика

Кинематика

Электричество

Электростатика

Теорема Гаусса

Потенциал

Отрезок

2021

Сборы XY

X