

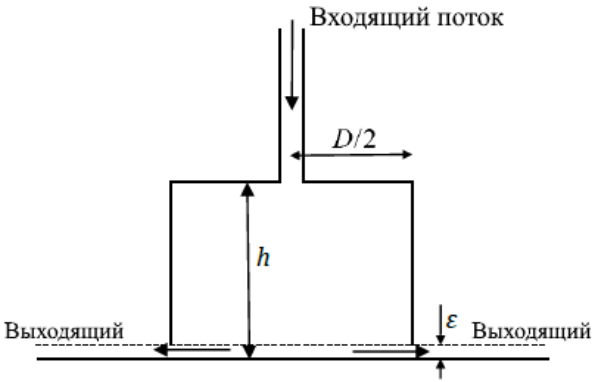


Воздушная подушка часто используется чтобы перемещать тяжелые грузы. В этой задаче мы исследуем принцип ее работы, который схематично изображен на рисунке ниже.

Рассмотрим следующую конфигурацию системы. Под платформой расположено цилиндрическое пространство диаметром $D = 40$ см и высотой $h = 10$ см, в которое нагнетается воздух. Температура окружающего воздуха равна $T_0 = 300$ К, атмосферное давление $P_{atm} = 1.01 \cdot 10^5$ Па. Вес платформы и окружающих конструкций составляет $W = 78.48$ кН. Когда сила давления воздуха превышает эту величину, платформа приподнимается, образуя с поверхностью зазор ширины ε . Считайте, что компрессор поддерживает постоянный поток воздуха.

В задаче воздух можно считать идеальным газом. Течение газа считать адиабатическим и равновесным. Нас в основном будут интересовать стационарные режимы работы.

Для численных расчетов в задаче используйте значения молярной массы воздуха $\mu = 29.0$ г/моль и $\gamma = c_P/c_V = 1.4$. Также для удельных теплоемкостей при постоянном давлении и объеме справедливо соотношение $c_P - c_V = r$, где $r = 287$ Дж/(кг · К), и уравнение состояния можно записать в виде $P = \rho r T$.



Часть А. Равновесие платформы (1 балл)

- A1** ^{0.50} Выразите c_V и c_P через r и γ . Найдите их значения.
- A2** ^{0.50} Как зависит отношение давления в цилиндрической полости к атмосферному P_0/P_{atm} от веса платформы и геометрических параметров системы?

Часть В. Основы работы воздушной подушки (5.5 балла)

Массовый расход газа при истечении через зазор у поверхности. задается выражением $dm/dt = \rho v A$, где v и ρ — скорость и плотность вытекающего газа.

Рассмотрим некоторый скачок плотности и давления газа, распространяющийся со скоростью c в трубке единичного сечения. Возмущённая область газа движется со скоростью v , а невозмущённая постоит. Пусть давление и плотность в возмущенной области газа равны P и ρ соответственно, а в невозмущенной — P_0 и ρ_0 соответственно. Температура в невозмущённой области газа равна T .
Некоторые из дальнейших рассуждений удобно проводить в системе отсчёта, в которой волновой фронт (граница невозмущенной области) покоится.

- B1** ^{0.50} Выразите скорость движения возмущенной области газа v через c , ρ и ρ_0 .
- B2** ^{1.00} Выразите разность давлений $P - P_0$ через ρ , ρ_0 , и c .
- B3** ^{0.50} Выразите c через γ , r , T .
- B4** ^{0.50} Рассчитайте скорость звука в воздухе при заданной температуре T_0 окружающей среды.

Когда газ вытекает из-под платформы, он адиабатически расширяется, и его температура T будет отличной от T_0 .
Для удобства можно ввести число Маха, равное $M = v/c$, где c - скорость звука в вытекающем газе, таким образом массовый расход можно переписать в виде $dm/dt = \rho A M c$.

- B5** ^{1.00} Выразите массовый расход dm/dt через M , γ , T/T_0 и соотношение $P_0 A \gamma / c_0$, где c_0 — скорость звука при температуре T_0 .
- B6** ^{0.50} Выразите скорость газа v через M , T , r и γ .
- B7** ^{1.50} Используя уравнение Бернулли для сжимаемого газа в виде $\frac{v^2}{2} + c_P T = \text{const}$, найдите отношение температур T/T_0 через M и γ .

Часть С. Критический режим течения газа (2.0 балла)

Можно показать, что когда газ течет из узкого места в широкое, скорость потока v не может превысить скорость звука в этой среде (т.е. $M \leq 1$). Когда нагнетаемый поток воздуха меняется, меняется и скорость истечения газа v . Для достаточно больших потоков, скорость v может достичь максимального значения c .

- C1** ^{1.00} Выразите dm/dt через M , γ и $P_0 A \gamma / c_0$, и схематично нарисуйте эту зависимость от M для $M \in [0; 1]$. Найдите такое значение M , для которого поток достигает своего максимального значения (этот режим называется критическим).
- C2** ^{1.00} Пусть компрессор выдает поток $5.0 \text{ м}^3/\text{мин}$. Рассчитайте значения ε , T , P , v и ρ выходного потока в критическом режиме.

Часть D. Неровность поверхности (1.5 балла)

На практике неровности поверхности не позволяют зазору ε принять значение выше 0.5 мм, таким образом критический режим не может быть достигнут.

- D1** ^{1.50} Рассчитайте значения M , T , P , v и ρ вытекающего газа при $\varepsilon = 0.5$ мм и $dm/dt = 0.1$ кг/с.

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.