

A1 ^{5.00} Найдите минимально возможное расстояние L между крайними линзами.

Введём систему координат YOX , начало которой совпадает с центром первой линзы, ось OX направлена вдоль главной оптической оси, а ось OY перпендикулярно ей.

Пусть после преломления в i — ой линзе луч направлен под углом α_i к главной оптической оси, а координата y при преломлении в ней - y_i . Тогда после построения хода луча в i — ой линзе получим

$$F(\alpha_i - \alpha_{i+1}) = y_i$$

Поскольку линзы находятся очень близко, изменение угла можно считать непрерывным, а отсюда

$$\alpha_{i+1} - \alpha_i = \frac{d\alpha}{dx} \cdot d$$

Комбинируя последние два выражения

$$\frac{d\alpha}{dx} = -\frac{y}{Fd}$$

С другой стороны

$$\alpha = \frac{dy}{dx}$$

Дифференцируя последнее соотношение по x , получаем уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{y}{Fd}$$

решением которого с учётом начальных условий

$$y(0) = 0$$

является

$$y = A \sin\left(\frac{x}{\sqrt{Fd}}\right)$$

Решениями уравнения $y(L) = 0$ являются

$$L = \pi N \sqrt{Fd}$$

Минимум достигается при $N = 1$, и окончательно

$$L_{min} = \pi \sqrt{Fd}$$