

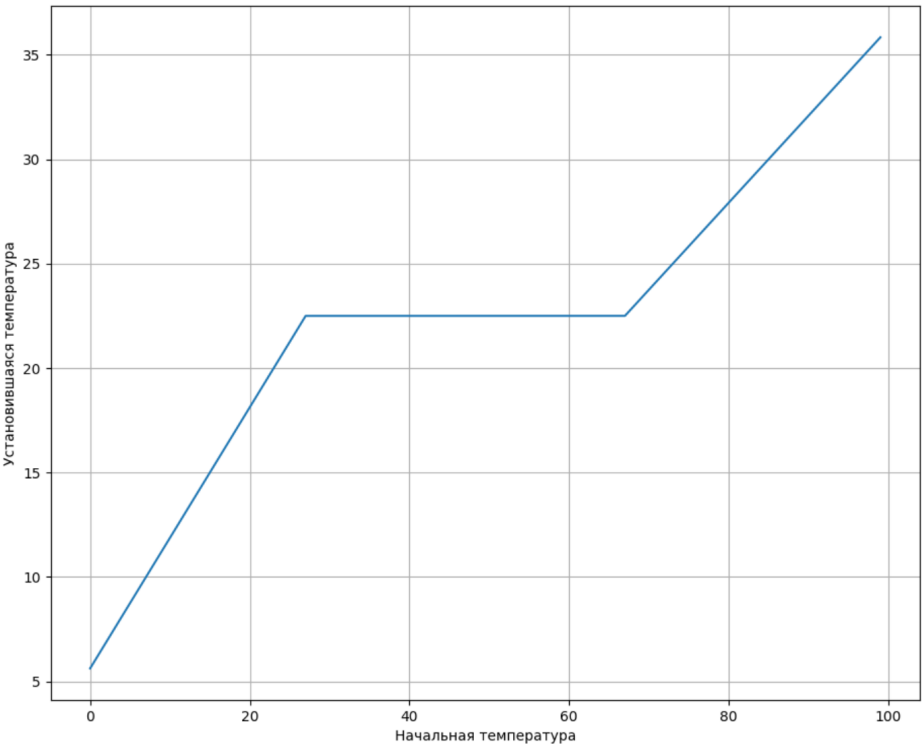
A1 0.40 Определите начальную температуру сосуда №1 (T_{10}).

Если T_{20} больше T_{10} , то T_2 будет падать, если T_{20} меньше T_{10} - будет расти. Таким образом можно численным методом определить T_{10} . $T_{10} = 15^\circ C$

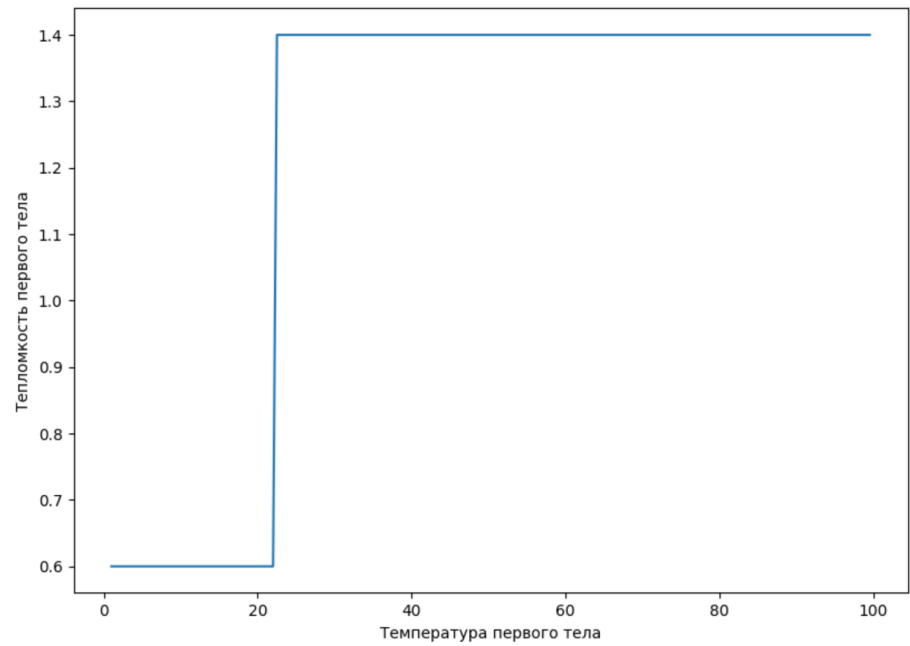
A2 3.60 Постройте график зависимости теплоемкости сосуда №1 от его температуры.

Исследуем зависимость конечной T_2 от T_{20} . Мы получим кусочно-линейный график. При повышении T_{20} мы можем увидеть, как себя будет вести C_1 : Малое изменение dT_{20} можно рассматривать, как добавление в систему энергии $C_2 dT_{20}$, которая равномерно распределяется между 1-м и 2-м телами: $(C_1 + C_2) dT_{2\text{кон}}$, отсюда:

$$C_1 = C_2 \cdot \left(\frac{dT_{2\text{кон}}}{dT_{20}} \right)^{-1} - 1)$$



- Из этого графика, можно сделать следующие выводы:
- 1.) При температуре $22.5^\circ C$ происходит некий фазовый переход. Теплота необходимая для полного осуществления перехода равна $C_2 \Delta T_2 = 40 \text{ Дж}$
 - 2.) При температуре ниже $22.5^\circ C$ теплоёмкость $C_1 = 0.6 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$
 - 3.) При температуре выше $22.5^\circ C$ теплоёмкость $C_1 = 1.4 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$



A3 3.00 За какое время температура сосуда №1 увеличится от T_{10} до $T_{10} + 20^\circ C$, если вместо сосуда №2 присоединить трубку к сосуду с постоянной температурой $100^\circ C$?

Определим коэффициент теплопроводности α . Для этого исследуем зависимость T_2 при $T_{20} < T_{\text{перехода}}$. Тогда:

$$T_1 = T_{10} + \frac{C_2}{C_1} \cdot (T_{20} - T_1)$$

$$\alpha \cdot \frac{C_2 + C_1}{C_1} \cdot T_2 - (T_{10} + \frac{C_2}{C_1} \cdot T_{20}) = C_2 \cdot \frac{dT_2}{d\tau}$$

$$T_2 - \frac{C_2 T_{20} + C_1 T_{10}}{C_2 + C_1} = (T_{20} - \frac{C_2 T_{20} + C_1 T_{10}}{C_2 + C_1}) \cdot e^{-\frac{\alpha(C_2 + C_1)}{C_1 + C_2} \tau}$$

$$\alpha \frac{(C_2 + C_1)}{C_1 + C_2} \tau = \ln(\frac{T_{20} - \frac{C_2 T_{20} + C_1 T_{10}}{C_2 + C_1}}{T_2 - \frac{C_2 T_{20} + C_1 T_{10}}{C_2 + C_1}})$$

Из данной зависимости можно определить $\alpha = 0.1 \frac{\text{кДж}}{\text{К}\cdot\text{мин}}$.

При нагревании первого тела от $15^{\circ}C$ до $35^{\circ}C$ первое тело проходит 3 стадии: Нагревание до фазового перехода, нагревание после фазового перехода и фазовый переход. Определим τ_i :

1.) Используем формулу, описанную выше, подставив туда $C_2 = \infty$, $C_1 = 0.6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ $\tau_1 = 0.55$ мин

2.) Используем формулу, описанную выше, подставив туда $C_2 = \infty$, $C_1 = 1.4 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ $\tau_1 = 2.46$ мин

3.) $\tau_3 = \frac{Q}{\alpha(100 - T_{\text{перехода}})} = 5.16$ мин

$\tau_{\text{полн}} = 8.17$ мин

Альтернативное решение:

Найти α можно иначе, не используя теплоемкость тела C_1 . Рассмотрим, например, как скорость убывания температуры в начальный момент времени зависит от начальной температуры второго тела:

$$C_2 \dot{T}_2(0) = -\alpha(T_{20} - T_{10})$$

Эта зависимость линейна и из углового коээфициента графика $\dot{T}_2(0)$ от T_{20} можно определить α/C_2 , а значит и α .

Зная α , можно, теоретически, определить теплоемкость тела №1, рассматривая зависимость температуры T_2 от времени.

Для этого из системы

$$\begin{aligned} C_1 \dot{T}_1 &= \alpha(T_2 - T_1) \\ C_2 \dot{T}_2 &= -\alpha(T_2 - T_1) \end{aligned}$$

можно получить

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 + \frac{C_2}{\alpha} \dot{T}_2 \\ C_1 &= -\frac{C_2 \dot{T}_2}{\dot{T}_2 + \frac{C_2}{\alpha} \ddot{T}_2} \end{aligned}$$

В правой части выражений все величины известны.

Если по формуле

$$\ddot{T}_2 \approx \frac{T_2(t + \Delta t) + T_2(t - \Delta t) - 2T_2(t)}{(\Delta t)^2}$$

вычислить $\ddot{T}_2$, то величина числителя окажется сравнимой с ошибкой округления выводимых программой данных. Из-за этих ошибок вычислить значение $\ddot{T}_2$ с достаточной точностью невозможно, поэтому, на практике, такое решение не приводит к правильному ответу.