

A1 0.20 Чему равно теоретическое значение α_{solid} , если заменить воду на твердое тело постоянной плотности совпадающей с плотностью воды?

$$\alpha = \frac{1}{4}$$

1/2 от того, что только половина бутылки заполнена и 1/2 от того, что тело равномерной плотности.

A2 4.50 Определите коэффициент α в проведенном эксперименте. Точки, в которой Вы измеряете скорость задавайте парой чисел в полярных координат с центром в оси бутылки r, φ .

$$L = I\dot{\theta} = \int \int \rho H r^2 v_\tau \cdot dr \cdot d\varphi = \int \int \rho H R^3 \frac{r^3}{R^3} \dot{\theta} \frac{v_\tau}{v_0} \cdot dr \cdot d\varphi,$$

где r – расстояние от центра бутылки до трека, φ – угол между горизонталью и радиус-вектором начала трека, R – радиус бутылки, v_τ – тангенциальная составляющая скорости жидкости, v_0 – скорость поверхности жидкости около края бутылки.

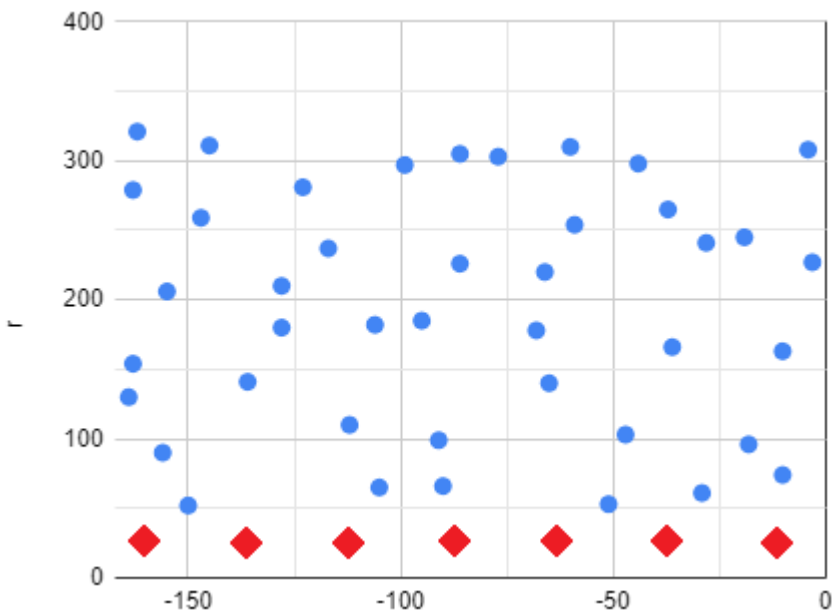
Тогда

$$L = \pi \rho L R^2 \dot{\theta} \int \int \frac{r^3}{R^3} \frac{v_\tau}{v_0} \cdot d\frac{r}{R} \cdot d\frac{\varphi}{\pi}$$

Таким образом:

$$\alpha = \left\langle \frac{r^3}{R^3} \cdot \frac{v_\tau}{v_0} \right\rangle,$$

при условии, что точки равномерно распределены по плоскости (r, φ) .



В итоге мы получили $\alpha = 0.17$, теоретическое значение $\alpha_{\text{theory}} = 0.16$. Если при численном интегрировании 2-мерной функции не было проверено распределение точек, то значение α обычно завышается. Например, если не учесть точки при $r/R \approx 0.1 - 0.2$, то α получается около 0.25.

A3 0.50 Постройте график характеризующий Ваши измерения в координатах r/R vs φ/π .

A4 0.20 Сравните полученный α с теоретической оценкой:

$$\alpha_{\text{theory}} = \frac{4}{\pi^2} - \frac{1}{4},$$

полученной в XIX веке лордом Рэлеем.

A5 0.30 По данным представленным на рисунке оцените собственную частоту колебаний системы ω_0 и ее добротность $1/\zeta$.

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 2.8 \text{ Гц} = 18 \text{ 1/с}, \quad 1/\zeta = 1/22$$

A6 0.70 Оцените α из спектральной характеристики колебаний.

Угловая частота колебаний физического маятника:

$$\omega_0^2 = \frac{mga}{I},$$

где a – расстояние от центра масс до точки подвеса, I – момент инерции. Для полукруга $a = \frac{4}{3\pi}R$, соответственно тогда

$$\omega_0 = 1.2\sqrt{g/R} = \sqrt{\frac{2}{3\pi\alpha}}\sqrt{g/R},$$

откуда $\alpha = 0.18$.

В1 0.30 Запишите II закон Ньютона для всей системы системы и уравнение вращательного движения для колец.

$$\begin{cases} M\ddot{x} + m\ddot{x} + ma\ddot{\theta} = F \\ MR\ddot{x} = -FR \end{cases} \Rightarrow 2M\ddot{x} + m(\ddot{x} + a\ddot{\theta}) = 0$$

В2 0.20 Получите из уравнений предыдущего пункта уравнение, в котором есть только константы, параметры нашей системы и их производные.

В3 0.30 Запишите уравнение динамики вращательного движения для полуцилиндра, как дифференциальное уравнение второго порядка.

$$I_0\ddot{\theta} = -mga^2\theta - ma\ddot{x}$$

В4 0.50 Найдите угловую частоту колебаний системы Ω . Запишите решений полученной системы из двух уравнений, которое описывает то, как бутылка катиться рывками по плоскости.

$$1/\Omega^2 = \frac{a}{g} \left(\frac{I_0}{ma^2} - \frac{m}{2M+m} \right)$$

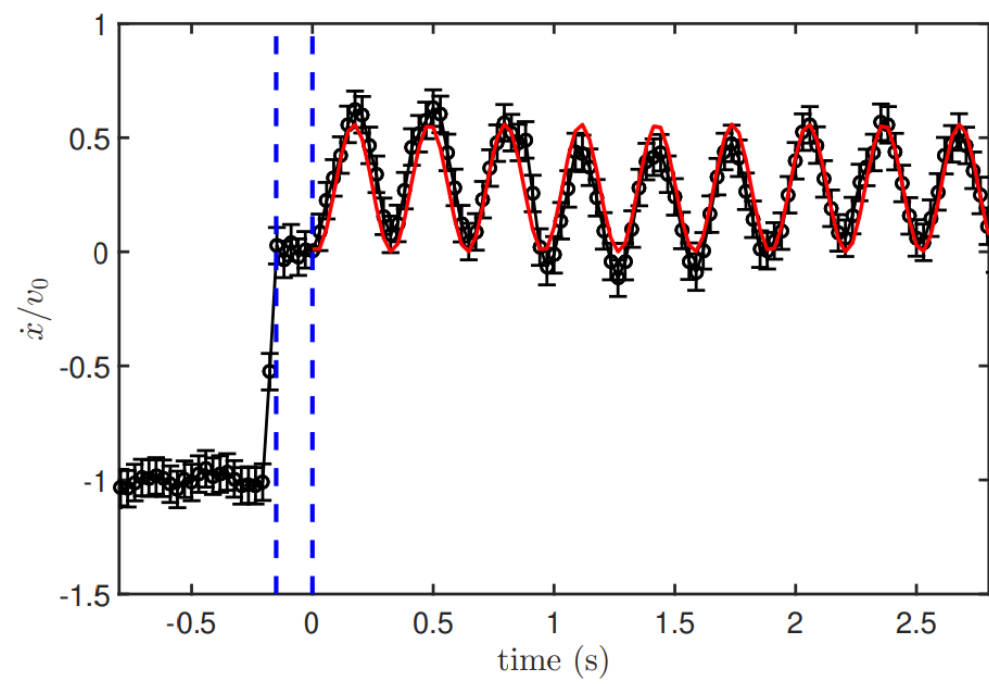
$$\begin{cases} \theta = A \sin(\Omega t + \phi_0) \\ x = -A \frac{ma}{2M+m} \sin(\Omega t + \phi_0) + Bt \end{cases}$$

В5 0.30 Пусть амплитуда колебаний скорости бутылки γv_0 после отскока от стенки. Выразите γ через известные величины и η .

$$I_0 \frac{\dot{\theta}_0}{2} = (m + M) \frac{v_0^2}{2}$$

$$\gamma = \frac{ma}{2M+m} \sqrt{\eta \frac{m+M}{I_0}} = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{m}{2M+m} \sqrt{\eta} \sqrt{\frac{m+M}{2\alpha m}}$$

В6 1.50 Постройте график $\dot{x}/v_0$ vs t .



B7^{0.20}

Найдите экспериментальное значение Ω , сравните его с теоретически.

$$\Omega_{\text{theory}} = 19.8 \text{ 1/c} \quad \Omega = 20.1 \text{ 1/c}$$

B8^{0.30}

Найдите значение η .

$$\eta = 71\%$$