



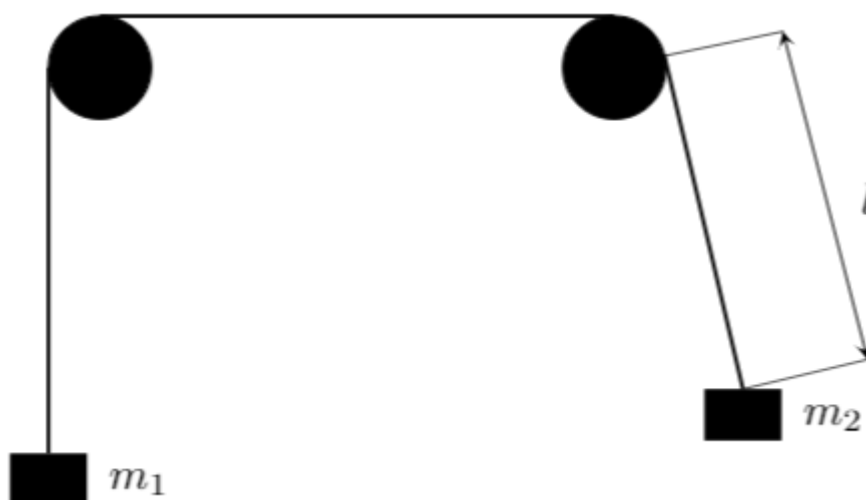
Часть А. Один маятник (2.9 балла)

В этой части мы рассмотрим математический маятник – груз массы m , подвешенный на нити длины l . Ускорение свободного падения g . Угловую амплитуду колебаний маятника обозначим α и будем всюду считать малой $\alpha \ll 1$.

- A1** ^{0.50} Найдите среднюю за период силу натяжения нити маятника $\langle T \rangle$. Выразите ответ через угловую амплитуду колебаний α и параметры маятника.
- A2** ^{0.20} Пусть теперь длину нити маятника медленно изменяют, так что относительное изменение длины за один период колебаний мало. Какая работа совершится над грузом, если длина нити изменяется на $\Delta l \ll l$? Выразите ответ через угловую амплитуду колебаний α (считая ее постоянной) и параметры маятника.
- A3** ^{0.80} В начальный момент времени длина равна l_0 , а энергия колебаний W_0 . Найдите энергию колебаний W_1 , когда длина нити станет равной l_1 . Потенциальная энергия при этом все время отсчитывается от нижнего положения груза, то есть с изменением длины нити нуль потенциальной энергии смещается!
- A4** ^{0.40} В условиях предыдущего пункта, найдите амплитуду α_1 , когда длина маятника станет равна l_1 . В начальный момент времени длина нити равна l_0 , амплитуда колебаний α_0 .
- A5** ^{1.00} Пусть теперь маятник имеет заряд $q > 0$ и помещен во внешнее электрическое поле E , направленное вертикально ($E > 0$ когда поле направлено вниз). Это электрическое поле медленно меняется со временем. Пусть в начальный момент времени поле было равно нулю, а амплитуда колебаний груза α_0 . Рассмотрите эту систему аналогично пунктам A1 - A4. Найдите амплитуду колебаний груза α_2 , когда электрическое поле станет равным E_1 . Считайте, что поле меняется достаточно медленно, так что изменение амплитуды колебаний за один период мало. Длина маятника постоянна и равна l .

Часть В. Два маятника (4.2 балла)

Пусть нить перекинута через два гладких гвоздя малого диаметра, на концах нити закреплены грузы массами m_1 и m_2 соответственно. При этом левый груз 1 всегда движется строго вертикально, а правый в начальный момент отклоняют на малый угол $\alpha \ll 1$ от вертикали. Нить достаточно длинна, чтобы в процессе движения левый груз не достиг гвоздя. Начальная длина правого участка нити равна l . Мы исследуем дальнейшее движение системы с такими начальными условиями при разных предположениях относительно масс грузов.



- B1** ^{0.90} Пусть $m_1 = m + \delta m$, $m_2 = m$, $\delta m \ll m$. Начальная скорость груза m_1 равна нулю, начальная амплитуда колебаний второго груза равна α_0 , длина правого участка нити l_0 . Найдите среднее ускорение a_0 левого груза в начальный момент времени. Усреднение производится по периоду колебаний правого груза. Считайте что $a_0 > 0$ если ускорение направлено вверх.
- B2** ^{0.20} При каком значении δm_0 левый груз в среднем не будет двигаться?
- B3** ^{1.00} Пусть $\delta m = \delta m_0$. Найдите максимальное смещение z_{max} груза m_1 относительно начального положения.
- B4** ^{1.30} Если значение δm не очень сильно отличается от δm_0 , то груз m_1 будет совершать колебания, циклическая частота колебаний которых много меньше частоты колебаний правого груза. Найдите эту частоту Ω , а также амплитуду B колебаний. При каких значениях $\Delta m = \delta m - \delta m_0$ такие колебания можно считать гармоническими?
- B5** ^{0.80} Пусть теперь значение $\delta m \ll m$ произвольно. Найдите максимальную и минимальную длины правого участка нити при дальнейшем движении.

Часть С. Электрическая цепь (0.9 балла)

- C1** ^{0.90} Рассмотрим колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности L и плоского конденсатора, между обкладками которого вакуум. Расстояние между обкладками конденсатора медленно меняют. Пусть начальная емкость конденсатора C_0 , начальная амплитуда тока в контуре I_0 . Рассмотрите систему аналогично пунктам A1-A4. Найдите амплитуду тока I_1 в тот момент, когда емкость конденсатора станет равна C_1 .

Т

Механика

Динамика

Адиабатический инвариант

Сборы XY

X

2022