



Введение

Трифиллярный подвес (см. рис. ниже) используют для изучения крутильных колебаний. Вводные части этой экспериментальной задачи посвящены сборке крутильного маятника и проведению с ним простейших измерений, потребуется также теоретически получить выражение для периода колебаний. Затем собранная установка будет использоваться для изучения структуры более сложных объектов. В части, посвященной эллипсоиду инерции, будут исследоваться колебания бруска при разных его ориентациях в пространстве. Последние две части эксперимента позволят оценить влияние вязкого трения или магнитного взаимодействия на затухание колебаний.

Оборудование



- штатив с муфтой и лапкой
- верхний диск (толще)
- нижний диск (тоньше и с окружностями, его масса всюду обозначена m_0)
- линейка 50 см
- нити
- ножницы
- канцелярская клипса
- секундомер
- гвоздь для закрепления петелек под нижним диском
- гайки в зажимах А и В
- брусок с пластинами
- зажим для ориентирования вращаемого тела в пространстве
- шайба (в частях F и G можно считать ее массу известной и равной $m_{\text{ш}} = 80$ г)
- контейнер, вода по требованию (для части F)
- картонный транспортир
- бумажные салфетки для поддержания чистоты рабочего места
- доска с магнитами

Примечания

Оценка погрешностей не требуется ни в одной из частей этой работы!

В оборудовании есть мелкие детали, не теряйте их.

Будьте аккуратны с изделиями из оргстекла. Сломанные или треснувшие элементы заменяться не будут!

Вскрывать черные треугольные зажимы с гайками запрещено!

Часть А. Сборка крутильного маятника (2 балла)

Соберите установку.

Три нити должны проходить через отверстия в верхнем (толстом) диске, зажатом в лапке штатива горизонтально. На их нижних концах нужно завязать петельки, которые будут продеваться в отверстия в нижнем (тонком, с нарисованными окружностями) диске. В центр нижнего диска вставьте гвоздик, на который можно будет нацепить петельки для фиксации. После того, как, вытягивая нити вверх по одной, вы сможете добиться горизонтальности нижнего диска, намотайте три нити на винт лапки и зафиксируйте их клипсой.



Пусть верхние и нижние концы нитей трифилярного подвеса закреплены на расстояниях R и r от оси соответственно. При неизменных остальных параметрах установки период крутильных колебаний такого маятника зависит от R и r следующим образом: $T = C \cdot R^\alpha r^\beta$.

A1 1.70

При фиксированном R проведите точные измерения периода $T(r)$. Запишите, какие значения r и z_0 вы выбираете при сборке установки для этого пункта, и чему равно измеренное вами R . Постройте линеаризованный график и определите β .

Примечание. Сменить r удобно следующим способом. Петельки на нижних концах диска снимаются с гвоздика, вынимаются из «старых» дырок и пропускаются через «новые», после чего обратно фиксируются на гвоздик. Поскольку длина подвеса при этом меняется, необходимо ослабить клипсу и скорректировать намотку трёх верхних концов нитей.

A2 0.30

Чему равна α ? Объясните свой ответ.

Часть В. Теория (2 балла)

Период T зависит также от других параметров установки. Приступим к теоретическому выводу общей формулы. Пусть z_0 — расстояние между плоскостями дисков в положении равновесия. Допустим, вместе с нижним диском вращается некий помещенный на него груз, и m — их суммарная масса, а I — их суммарный момент инерции. Длину L каждой нити при необходимости можно выразить через перечисленные величины. Пусть нижний диск повернулся на малый угол φ от положения равновесия и при этом поднялся на h по вертикали.



B1 0.60

Введите Декартову систему координат и запишите координаты верхнего и нижнего концов одной из нитей. Выразите расстояние L между ними через R, r, z_0, h, φ .

B2 0.60

Нити нерастяжимы и при колебаниях всегда натянуты. Используя это, выразите h через R, r, z_0, φ . Напоминаем, что угол φ мал.

B3 0.80

С помощью закона сохранения энергии при крутильных колебаниях получите выражение для T через R, r, z_0, I, m, g .

Часть С. Гайки (4 балла)

Вам выданы две различные гайки в треугольных зажимах А и В. Общие массы гаек в зажимах равны m_A и m_B . Каждая гайка содержит пустую цилиндрическую полость (ось цилиндра совпадает с осью гайки). Считайте, что все грани гайки — плоские (скругления не учитывайте), поверхность внутренней цилиндрической полости — гладкая (резьбу не учитывайте). Ваша цель — определить радиусы a и b цилиндрических полостей в гайках А и В соответственно.

Для измерения периода колебаний гайку располагайте на нижнем диске собранного трифилярного подвеса (плоскость треугольных оснований должна быть параллельна плоскости диска).

Внимание! В этой части, а также в части D, для удобства пользования установкой следует взять r максимально возможным.

C1 ^{0.20} С помощью рычага определите отношения m_A/m_0 и m_B/m_0 как можно точнее.

C2 ^{3.80} Проведите точные измерения периодов колебаний гаек.

Определите a и b .

Опишите проводимые вами измерения. Приведите их результаты, в т.ч. геометрические параметры гаек, а также предоставьте все используемые вами теоретические выкладки и расчеты. Запишите, какие значения r и z_0 вы выбираете при сборке установки для этого пункта.

Часть D. Брусок (3 балла)

К двум граням деревянного бруска прикреплено по 2 стальные пластины. Масса бруска $M_{бр}$, масса каждой из четырех пластин $M_{пл}$. Массой и моментом инерции скрепляющих винтов следует пренебречь.

Внимание! В этой части, как и в части C, для удобства пользования установкой следует взять r максимально возможным.

D1 ^{0.40} Проведите точные измерения периодов колебаний при установке бруска с пластинами на грань с пластинами (T_y), а также при установке на одну из других граней (T_x или T_z). Запишите, какие значения r и z_0 вы выбираете при сборке установки для этого пункта.

D2 ^{2.40} Выразите теоретически моменты инерции I_x, I_y, I_z (см. рисунок выше) бруска с пластинами через его стороны a и $b = c$, толщину металлической пластины $d = 1.8$ мм, а также $M_{пл}, M_{бр}$. Получите систему уравнений, из которой можно будет найти отношение $M_{пл}/M_{бр}$.

D3 ^{0.20} Рассчитайте величину $M_{пл}/M_{бр}$ численно.

Сделайте это двумя способами:

- а) пренебрегая массой и моментом инерции диска и учитывая только брусок с пластинами;
- б) учитывая диск.

Сравните результаты этих расчетов. Существенна ли потеря точности при пренебрежением диском?

Часть E. Эллипсоид инерции (4 балла)

Вместо нижнего диска подвесьте на трифилярном подвесе зажим для бруска. Он состоит из двух дисков (масса каждого m_0) и трёх деревянных распорок (масса каждой m_p). Массой и моментом инерции скрепляющих шурупов и зажимающих винтов следует пренебречь.

E1 ^{1.00} Проведите точные измерения периода крутильных колебаний зажима. Рассчитайте отношение $\frac{I}{m}$. Найдите отношение m_p/m_0 .

Внимание! В дальнейших пунктах этой части пренебрегайте массой и моментом инерции зажима.

В бруске намечены отверстия, в которые можно упирать зажимающие винты зажима. Закрепляя брусок в разных пространственных ориентациях, можно провести измерения и рассчитать моменты инерции бруска I относительно множества различных осей, проходящих через его центр. На фотографии выше отмечены буквами α, β, γ три плоскости, рассекающие брусок и проходящие через его центр.

E2 ^{1.00} Для каждой из 6 осей в сечении α проведите точные измерения периода колебаний и рассчитайте величину $\frac{1}{\sqrt{I/m}}$.

Для каждой из осей на приведенной в листе ответов диаграмме (совпадающей с сечением α и нарисованной с соблюдением пропорции сторон) отложите от центра отрезок равный $\frac{1}{\sqrt{I/m}}$ в обе стороны вдоль направления соответствующей оси. Обведите полученные 12 «внешних» концов отрезков единой замкнутой кривой.

E3 ^{1.00} Повторите аналогичные действия для осей, лежащих в плоскости β . Приведите все результаты измерений и расчеты. Постройте соответствующую диаграмму в листе ответов.

E4 ^{1.00} Повторите аналогичные действия для осей, лежащих в плоскости γ . Приведите все результаты измерений и расчеты. Постройте соответствующую диаграмму в листе ответов.

Гипотетически, величину $\frac{1}{\sqrt{I/m}}$ (точнее, обычно используют просто $1/\sqrt{I}$) можно рассчитать и отложить на 3-мерной диаграмме для абсолютно любого направления оси, проходящей через центр бруска. Все «внешние» концы отрезков будут образовывать поверхность некоторой пространственной фигуры. Красивый теоретический факт состоит в том, эта поверхность — эллипсоид.

Если у исходной фигуры есть оси симметрии, то они будут являться главными осями эллипсоида. Например, в случае нашего бруска с пластинами все три оси, проходящие через центры граней и частично промеренные в пункте D1, являются главными осями эллипсоида.

Часть F. Вязкое трение (3.3 балла)

Подвесьте шайбу к верхнему диску на трёх нитках, как показано на рисунке, и погрузите ее в воду примерно на половину глубины налитой воды. Проследите, чтобы плоскость шайбы была строго горизонтальна. В этой части задачи важно, чтобы колебания имели небольшую амплитуду, т.е. чтобы диск поворачивался не больше чем на $\pi/2$ в каждую сторону. (В противном случае помимо горизонтальных сил вязкого трения потребуется учитывать вертикальные силы по поднятию и перемешиванию воды). Поместите транспортир на стол под контейнер и отцентрируйте систему.



- F10.30

Запишите, какое значение z_0 вы выбираете при сборке установки. Измерьте и запишите r_1 и r_2 — внешний и внутренний радиусы шайбы соответственно. Рассчитайте теоретически численное значение величины $\frac{I}{m}$ для шайбы.
- F20.40

Проведите точные измерения периода крутильных колебаний шайбы в воде. Рассчитайте эффективное ускорение свободного падения $g_{\text{эфф}}$.
- F31.30

Решите теоретическую задачу. Пусть тонкая шайба с внутренним и внешним радиусами r_1 и r_2 соответственно колеблется в толще воды, за счет вязкого трения приводя в движение с некоторыми скоростями слои воды на глубинах от $(H - h)$ до $(H + h)$, где H — глубина погружения шайбы, h — условная суммарная толщина движущихся слоёв. Вязкость воды $\eta = 8.9 \cdot 10^{-4}$ Па · с, ускорение свободного падения $g = 9.81$ м/с².

Какой момент сил вязкого трения M действует на шайбу в момент, когда она вращается с угловой скоростью $\dot{\varphi}$? Выразите M через $\dot{\varphi}$, η , h , r_1 , r_2 .

Выразите логарифмический декремент затухания d колебаний с вязким трением через η , h , r_1 , r_2 , m , T .

Примечание. Логарифмическим декрементом затухания называется логарифм отношения амплитуд последовательных колебаний: $d = \ln \frac{\varphi_i}{\varphi_{i+1}}$.

F41.00

Как вы заметили, колебания довольно быстро затухают. Пусть $\varphi(i)$ - амплитуда i -го колебания. Снимите зависимость $\varphi(i)$. Возможно, для этого потребуется несколько раз запускать колебания с одинаковыми начальными условиями. Постройте линеаризованный график и по нему рассчитайте логарифмический декремент затухания d .

F50.30

Используя d , оцените толщину h движущихся слоёв воды.
- Часть G. Магнитное трение (1.7 балла)
- Шайбу на трифилярном подвесе, собранном в предыдущей части, расположите над центром доски с магнитами. Между шайбой и доской должен остаться воздушный зазор толщины 0.5 см. Проследите, чтобы плоскость шайбы была строго горизонтальна. В этой части задачи важно, чтобы колебания имели малую амплитуду, т.е. чтобы диск поворачивался не больше чем на $\pi/4$ в каждую сторону. (В противном случае колебания перестанут быть гармоническими за счет сильной неоднородности магнитного поля вдоль вертикальной оси). Поместите транспортир на поверхность доски с магнитами и отцентрируйте систему.

G0

Запишите, какое значение z_0 вы выбираете при сборке установки. Если вы не делали пункт F1, сделайте его сейчас.

G10.40

Проведите точные измерения периода крутильных колебаний шайбы над доской с магнитами. Рассчитайте эффективное ускорение свободного падения $g_{\text{эфф}}$.

G21.00

Как и в предыдущей части, колебания затухающие. Снимите зависимость $\varphi(i)$. Возможно, для этого потребуется несколько раз запускать колебания с одинаковыми начальными условиями. Постройте линеаризованный график и по нему рассчитайте логарифмический декремент затухания d .

G30.30

Рассчитайте численно коэффициент пропорциональности в соотношении $M_{\text{маг. тр.}} = k \cdot \omega$ между моментом сил магнитного трения и угловой скоростью.
- E

Механика

Колебания

Сборы XY

X

Физический маятник

2022

Эллипсоид инерции
- Website in English
- 2020 — Мы те, кого должны превзойти.