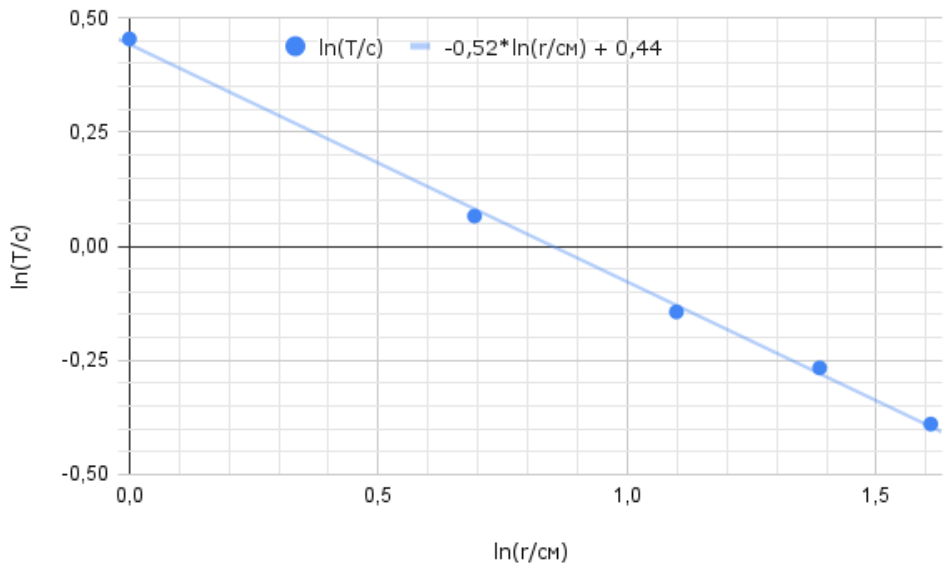


A1 1.70 При фиксированном R проведите точные измерения периода $T(r)$. Запишите, какие значения r и z_0 вы выбираете при сборке установки для этого пункта, и чему равно измеренное вами R . Постройте линеаризованный график и определите β .

Соберем установку с $z_0 = 50.0$ см и после каждого изменения r будем корректировать длину нитей так, чтобы z_0 оставалось прежним. Измерим расстояние от верхнего конца нитей до оси установки: $R = 5.0$ см. Для каждого из доступных r измерим суммарное время N колебаний. Поскольку зависимость $T(r)$ имеет описанный в условии вид $T = C \cdot R^\alpha r^\beta$, для ее линеаризации построим график $\ln T(\ln r)$. Его угловой коэффициент будет равен β .

г, см	N*T(r), с	N	T(r), с	ln(r/см)	ln(T/с)
5	33,87	50	0,6774	1,61	-0,39
4	38,30	50	0,766	1,39	-0,27
3	43,30	50	0,866	1,10	-0,14
2	53,40	50	1,068	0,69	0,07
1	78,70	50	1,574	0,00	0,45



По графику определяем $\beta = -0.52 \approx -0.5$.

A2 0.30 Чему равна α ? Объясните свой ответ.

Ответ: $\alpha = \beta = -0.5$.

Для обоснования этого равенства можно привести любой из следующих аргументов:

1. Геометрия установки определяется величинами R и r равноправно. Например, на высоту подъема нижнего диска при его повороте на фиксированный угол влияют оба этих радиуса, и высота не изменится при "перевороте" установки. Таким образом, R и r должны входить в формулу для T симметрично, и формула не должна меняться при замене $R \leftrightarrow r$.

2. Попробуем "угадать" примерный вид формулы $T(R, r, z_0, I, m, g)$. По аналогии с периодом колебаний математического маятника, а также с учетом найденного $\beta = -0.5$, имеем: $T \propto \sqrt{\frac{z_0}{gr}}$. Чтобы размерность массы сократилась, в формулу должно входить отношение I/m . Также, по условию, $T \propto R^\alpha$. Причем ясно, что при увеличении момента инерции, а также при уменьшении R , период возрастет. Таким образом, имеем:

$$T \propto \sqrt{\frac{z_0}{gr} \cdot \left(\frac{I}{m}\right)^\gamma} \cdot \frac{1}{R^{|\alpha|}},$$

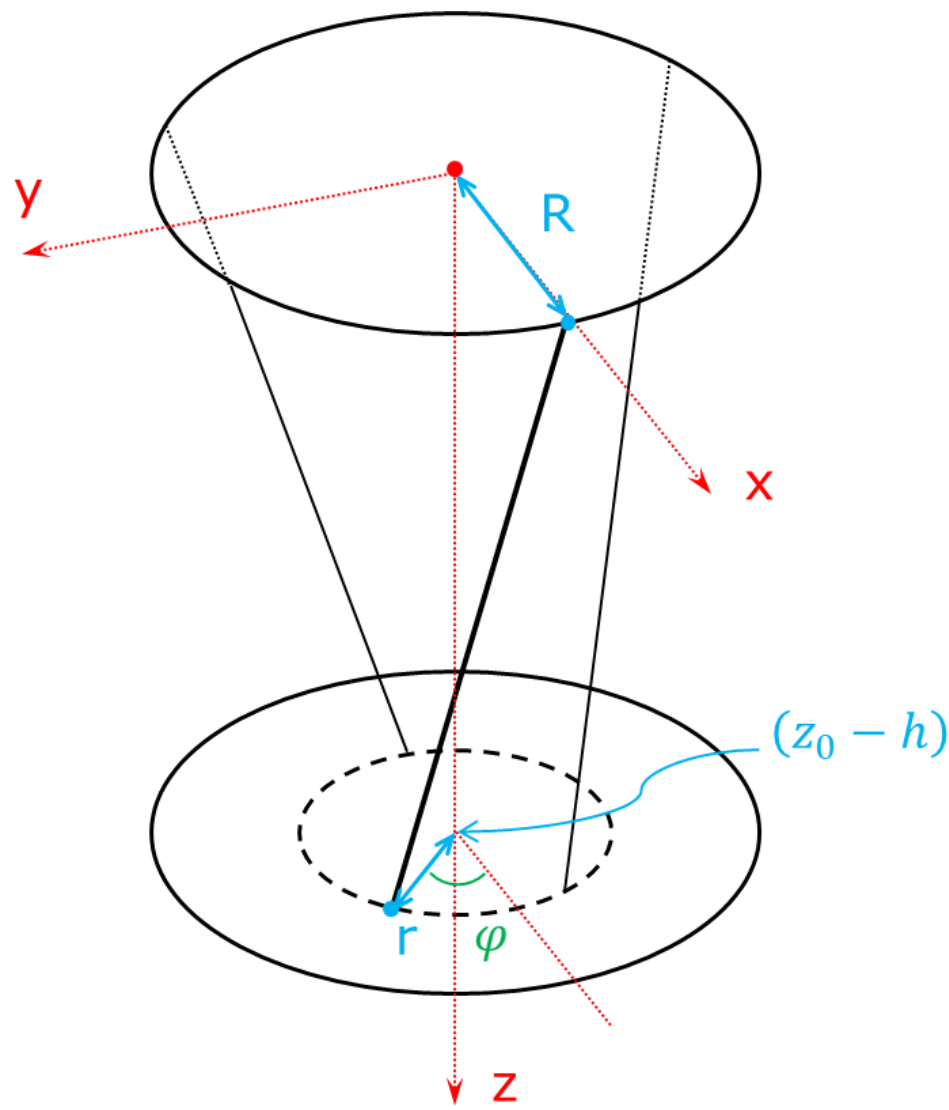
где $\gamma > 0$.
Применим метод размерностей:

$$с = \sqrt{\frac{с^2}{м} \cdot (м^2)^\gamma} \cdot \frac{1}{м^{|\alpha|}}$$

Получаем условие на степени: $2\gamma = 1 + 2|\alpha|$. Простейшее решение этого уравнения: $\alpha = -0.5, \gamma = 1$. Для подтверждения выбора такой пары корней можно провести, например, аналогию с формулой колебаний стержня, подвешенного на двух нитях.

3. Явная формула, которая будет получена в пункте В3, подтверждает найденный ранее коэффициент $\beta = -0.5$ и дает $\alpha = -0.5$.

В1 0.60 Введите Декартову систему координат и запишите координаты верхнего и нижнего концов одной из нитей. Выразите расстояние L между ними через R, r, z_0, h, φ .



Введем систему координат, например, связанную с верхним радиус-вектором и с осью z , направленной вниз (см. рис.).

Координаты верхнего конца выделенной на рисунке нити:

$$X = R$$

$$Y = 0$$

$$Z = 0$$

Нижний конец нити:

$$x = r \cdot \cos \varphi$$

$$y = r \cdot \sin \varphi$$

$$z = z_0 - h$$

По теореме Пифагора выражаем длину нити:

$$\text{Ответ: } L = \sqrt{(R - r \cos \varphi)^2 + (r \sin \varphi)^2 + (z_0 - h)^2}$$

B2^{0.60}

Нити нерастяжимы и при колебаниях всегда натянуты. Используя это, выразите h через R , r , z_0 , φ . Напоминаем, что угол φ мал.

В положении равновесия $\varphi = 0$ и $h = 0$, а длина нити $L_0 = \sqrt{(R - r)^2 + z_0^2}$. Нити нерастяжимы и при колебаниях всегда натянуты, значит $L = L_0$:

$$(R - r \cos \varphi)^2 + (r \sin \varphi)^2 + (z_0 - h)^2 = (R - r)^2 + z_0^2$$

$$(R - r \cos \varphi)^2 + (r \sin \varphi)^2 - (R - r)^2 = z_0^2 - (z_0 - h)^2$$

$$-2Rr \cos \varphi + 2Rr = 2z_0 h - h^2$$

$$2Rr (1 - \cos \varphi) = 2z_0 h - h^2$$

При $\varphi \ll 1$ и $h \ll z_0$ можем отбросить все порядки их малости, кроме первых ненулевых:

$$2Rr \cdot \frac{\varphi^2}{2} = 2z_0 h$$

Окончательно:

Ответ:

$$h = \frac{Rr\varphi^2}{2z_0}$$

В3 0.80

С помощью закона сохранения энергии при крутильных колебаниях получите выражение для T через R, r, z_0, I, m, g .

Запишем закон сохранения энергии, пренебрегая вертикальным движением центра масс:

$$\frac{I(\dot{\varphi})^2}{2} + mgh = \text{const}$$

$$\frac{I(\dot{\varphi})^2}{2} + mg \frac{Rr}{z_0} \frac{\varphi^2}{2} = \text{const}$$

Дифференцируем это уравнение по времени:

$$\frac{I \cdot 2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}}{2} + mg \frac{Rr}{z_0} \frac{2\varphi\dot{\varphi}}{2} = 0$$

И сокращаем на не равную тождественно нулю функцию $\dot{\varphi}(t)$:

$$I\ddot{\varphi} + mg \frac{Rr}{z_0} \varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{mgRr}{z_0 I} \varphi$$

Получилось уравнение гармонических колебаний, по нему легко определить их период:

Ответ:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m} \cdot \frac{z_0}{gRr}}$$

Видно, что полученные в части А результаты $\alpha = \beta = -\frac{1}{2}$ согласуются с теорией.

С1 0.20

С помощью рычага определите отношения m_A/m_0 и m_B/m_0 как можно точнее.

Сделаем из линейки симметричный рычаг. К одному из концов линейки подвесим на нитях диск трифилярного подвеса, на другом плече "взвесим" по очереди обе гайки. Уравновесивая рычаг в обоих случаях, получаем соотношения:

Ответ: $m_A/m_0 = 5.86$,
 $m_B/m_0 = 8.79$.

С2 3.80

Проведите точные измерения периодов колебаний гаек.

Определите a и b .

Опишите проводимые вами измерения. Приведите их результаты, в т.ч. геометрические параметры гаек, а также предоставьте все используемые вами теоретические выкладки и расчеты. Запишите, какие значения r и z_0 вы выбираете при сборке установки для этого пункта.

Будем использовать $z_0 \approx 49$ см и $r = R = 5.0$ см. Нити немного растягиваются под действием помещенного на трифилярный подвес груза, поэтому точные значения z_0 будем проверять для каждого отдельного эксперимента. В таблице приведены результаты измерений периода крутильных колебаний как пустой платформы трифилярного подвеса, так и платформы с каждой из гаек. Как и прежде, измеряется суммарное время N колебаний. Также измерим линейкой расстояние 3.5 см между противоположными сторонами 6-угольной гайки, отсюда сторона 6-угольника равна $s = \frac{3.5 \text{ см}}{\sqrt{3}} = 2.02$ см.

	T*N, с	N	T, с	Z0, м
без гайки	52,16	50	1,043	0,492
с гайкой А	28,50	50	0,570	0,497
с гайкой В	24,54	50	0,491	0,499

Выведем теоретические формулы, позволяющие рассчитать a и b .
 Масса гайки выражается через сторону 6-угольника s и радиус отверстия a следующим образом:

$$m_A = \rho \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} s^2 H - \pi a^2 H \right)$$

Для расчета момента инерции гайки вычислим сначала момент инерции плоского треугольника со стороной s относительно его центра. Для этого разделим треугольник средними линиями на 4 треугольника меньшего размера: масса каждого из них равна $m_{\Delta}/4$, сторона каждого равна $s/2$. Если момент инерции большого треугольника равен $\alpha \cdot m_{\Delta} s^2$ (из соображений размерности), где α – некий числовой коэффициент, то момент инерции каждого из меньших треугольников относительно своего центра равен $\alpha \cdot \frac{m_{\Delta}}{4} \left(\frac{s}{2}\right)^2$. Их суммарный момент инерции, равный, с одной стороны, $\alpha \cdot m_{\Delta} s^2$, можно, с другой стороны, выразить через моменты инерции меньших треугольников (с учетом добавок Гюйгенса-Штейнера):

$$I_{\Delta} = \alpha m_{\Delta} s^2 = 3 \cdot \left(\alpha \frac{m_{\Delta}}{4} \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \frac{m_{\Delta}}{4} \left(\frac{s}{2\sqrt{3}}\right)^2 \right) + \alpha \frac{m_{\Delta}}{4} \left(\frac{s}{2}\right)^2.$$

После сокращения на $(m_{\Delta} s^2)$:

$$\alpha = 3 \cdot \left(\alpha \frac{1}{16} + \frac{1}{48} \right) + \alpha \frac{1}{16},$$

откуда $\alpha = \frac{1}{12}$. Итого, для треугольника относительно его центра: $I_{\Delta} = \frac{1}{12} m_{\Delta} s^2$. Тогда относительно вершины: $I_{\Delta} = \frac{5}{12} m_{\Delta} s^2$. Аналогичное выражение для момента инерции треугольной призмы при ее вращении вокруг оси, совпадающей с одним из боковых ребер.

Момент инерции гайки, если ее приблизить 6-угольной призмой (состоящей из шести треугольных) с цилиндрическим отверстием, выражается следующим образом:

$$I_A = \rho \left(\frac{5}{12} s^2 H \frac{3\sqrt{3}}{2} s^2 - \frac{1}{2} \pi a^2 H a^2 \right).$$

Объединяя в одно уравнение неизвестный радиус отверстия a и измеряемые величины, получаем биквадратное уравнение на a :

$$a^4 - 2\kappa a^2 + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot s^2 \left(\kappa - \frac{5}{12} s^2 \right) = 0,$$

где

$$\kappa = Rrg \left(\left(\frac{T_A}{2\pi} \right)^2 \cdot \frac{\frac{m_0}{m_A} + 1}{z_{0A}} - \left(\frac{T_0}{2\pi} \right)^2 \cdot \frac{\frac{m_0}{m_A}}{z_0} \right).$$

Здесь через T_0 обозначен период колебаний подвеса без гайки, T_A – с гайкой, m_0 – масса линейки, z_0 – длина нитей подвеса, z_{0A} – длина растянувшихся под весом гайки нитей подвеса.

Аналогичное уравнение для гайки В можно получить из этого, если заменить a на b и сменить индексы $A \rightarrow B$.

Расчеты по приведенным формулам для гайки А дают два ответа:

$$a_1 = \sqrt{a_1^2} = 1.2 \text{ см} \text{ и } a_2 = \sqrt{a_2^2} = 1.8 \text{ см}.$$

Заметим, что расстояние от центра гайки до середины ее грани (при $s = 2.0$ см) равно 1.7 см, что меньше предполагаемого вторым ответом отверстия, поэтому a_2 соответствует не реализуемому на практике случаю и мы вынуждены выбрать ответ a_1 .

Примечание. Полученное число хорошо соответствует среднему радиусу 1.15 см нарезанной в гайке метрической резьбы.

Для гайки В один из ответов отпадает по той же причине, остается вариант $b_1 = 3.9$ мм. Фактически при изготовлении гайки В в нее был вкручен отрезок шпильки соответствующего диаметра, так что отверстие в ней отсутствует вовсе. Возможные небольшие отклонения рассчитанного радиуса b от нулевого значения могут проявляться по нескольким причинам: неплотная резьба, разброс длины нарезаемых отрезков шпильки, пренебрежение массой зажимов гайки, неточное измерение ее сторон.

Ответ: По расчетам:
 $a = 1.2$ см; $b = 3.9$ мм.

Примечание. По прямым измерениям разобранной установки:
 $a = 1.15$ см; $b = 0$.

D1^{0.40} Проведите точные измерения периодов колебаний при установке бруска с пластинами на грань с пластинами (T_y), а также при установке на одну из других граней (T_x или T_z). Запишите, какие значения r и z_0 вы выбираете при сборке установки для этого пункта.

Начнем с полноценного расчета, т.е. выполним пункт б).

Система уравнений принимает вид

$$\begin{pmatrix} A & B \\ D & E \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{\text{бр}}/m_0 \\ 4M_{\text{пл}}/m_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ F \end{pmatrix},$$

где коэффициенты рассчитываются следующим образом:

$$A = \left(\frac{1}{12}(b^2 + c^2) - \left(\frac{T_x}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z'_0} \right) = -299 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$B = \left(\left(\frac{1}{12}(c^2 + (2d)^2) + \left(\frac{b}{2} + d \right)^2 \right) - \left(\frac{T_x}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z'_0} \right) = 44 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$C = \left(\left(\frac{T_x}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z'_0} - \left(\frac{T_0}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z_0} \right) = -769 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$D = \left(\frac{1}{12}(a^2 + c^2) - \left(\frac{T_y}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z'_0} \right) = -65 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$E = \left(\frac{1}{12}(a^2 + c^2) - \left(\frac{T_y}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z'_0} \right) = -65 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$F = \left(\left(\frac{T_y}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z'_0} - \left(\frac{T_0}{2\pi} \right)^2 \frac{gRr}{z_0} \right) = -836 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Искомое отношение масс находим, решая систему методом Крамера (либо после расчета чисел $A \dots F$ – подстановкой уравнений друг в друга):

$$\frac{M_{\text{пл}}}{M_{\text{бр}}} \Big|_{xy} = \frac{1}{4} \frac{4M_{\text{пл}}}{m_0} : \frac{M_{\text{бр}}}{m_0} = \frac{1}{4} \frac{\begin{vmatrix} A & C \\ D & F \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C & B \\ F & E \end{vmatrix}} = \mathbf{0.573}.$$

Можно по аналогии повторить выкладки, получить выражение

$$I_z = m_{\text{бр}} \cdot \frac{1}{12}(b^2 + a^2) + 4m_{\text{пл}} \cdot \left(\frac{1}{12}(a^2 + (2d)^2) + \left(\frac{b}{2} + d \right)^2 \right)$$

и повторно рассчитать искомое отношение $M_{\text{пл}}/M_{\text{бр}}$, опираясь на измерения T_y , T_z и T_0 . Получим

$$\frac{M_{\text{пл}}}{M_{\text{бр}}} \Big|_{yz} = \mathbf{0.564}.$$

Примечание. Отметим, что обоими способами полученные ответы хорошо сходятся и друг с другом, и со значением, вычисленным с помощью взвешивая частей разобранный установки: $\frac{M_{\text{пл}}}{M_{\text{бр}}} \Big|_{\text{взвеш.}} = \mathbf{0.569}.$

Ответ: Ответ для пункта б), т.е. с учетом диска: $\frac{M_{\text{пл}}}{M_{\text{бр}}} \approx 0.569.$

Приступим к расчетам для пункта а). Пренебрежем I_0 и m_0 и будем учитывать только брусок.

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{I_x}{m_0} + \frac{I_0}{m_0}}{\frac{M_{\text{бр}}}{m_0} + \frac{4M_{\text{пл}}}{m_0} + 1}} \cdot \frac{z'_0}{gRr} \xrightarrow{m_0 \rightarrow 0; I_0 \rightarrow 0} 2\pi \sqrt{\frac{\frac{I_x}{m_0}}{\frac{M_{\text{бр}}}{m_0} + \frac{4M_{\text{пл}}}{m_0}}} \cdot \frac{z'_0}{gRr}$$

Такое упрощение формулы соответствует занулению правых частей обоих уравнений в системе: $C = F = 0$. Тогда искомое соотношение

$$\frac{M_{\text{пл}}}{M_{\text{бр}}} \Big|_{\text{пренебр.}} = \frac{1}{4} \frac{4M_{\text{пл}}}{m_0} : \frac{M_{\text{бр}}}{m_0} = -\frac{1}{4} \frac{A}{B} = \mathbf{1.69} \text{ по первому уравнению системы, } \mathbf{-0.25} \text{ – по второму уравнению, } \mathbf{1.24} \text{ – по измерениям } T_z.$$

Ответ: Таким образом, при пренебрежении диском ответ получается непредсказуемо отличающимся от верного, диском пренебрегать ни в коем случае не следует.

D2^{2.40} Выразите теоретически моменты инерции I_x , I_y , I_z (см. рисунок выше) бруска с пластинами через его стороны a и $b = c$, толщину металлической пластины $d = 1.8$ мм, а также $M_{\text{пл}}$, $M_{\text{бр}}$. Получите систему уравнений, из которой можно будет найти отношение $M_{\text{пл}}/M_{\text{бр}}$.

D3^{0.20} Рассчитайте величину $M_{\text{пл}}/M_{\text{бр}}$ численно.

Сделайте это двумя способами:

а) пренебрегая массой и моментом инерции диска и учитывая только брусок с пластинами;

b) учитывая диск.

Сравните результаты этих расчетов. Существенна ли потеря точности при пренебрежением диском?

E1^{1.00} Проведите точные измерения периода крутильных колебаний зажима. Рассчитайте отношение $\frac{I}{m}$. Найдите отношение m_p/m_0 .

E2^{1.00} Для каждой из 6 осей в сечении α проведите точные измерения периода колебаний и рассчитайте величину $\frac{1}{\sqrt{I/m}}$.

Для каждой из осей на приведенной в листе ответов диаграмме (совпадающей с сечением α и нарисованной с соблюдением пропорции сторон) отложите от центра отрезок равный $\frac{1}{\sqrt{I/m}}$ в обе стороны вдоль направления соответствующей оси. Обведите полученные 12 «внешних» концов отрезков единой замкнутой кривой.

E3^{1.00} Повторите аналогичные действия для осей, лежащих в плоскости β . Приведите все результаты измерений и расчеты. Постройте соответствующую диаграмму в листе ответов.

E4^{1.00} Повторите аналогичные действия для осей, лежащих в плоскости γ . Приведите все результаты измерений и расчеты. Постройте соответствующую диаграмму в листе ответов.

F1^{0.30} Запишите, какое значение z_0 вы выбираете при сборке установки. Измерьте и запишите r_1 и r_2 — внешний и внутренний радиусы шайбы соответственно. Рассчитайте теоретически численное значение величины $\frac{I}{m}$ для шайбы.

Измеряем величины $z_0 = 46.0$ см, $r_1 = 1.3$ см, $r_2 = 3.5$ см.
Момент инерции шайбы (кольца) можно теоретически рассчитать так (ρ - плотность стали, h - толщина шайбы):

$$\frac{I}{m} = \frac{\frac{\rho(h\pi r_2^2)r_2^2}{2} - \frac{\rho(h\pi r_1^2)r_1^2}{2}}{\rho(h\pi r_2^2) - \rho(h\pi r_1^2)} = \frac{r_1^2 + r_2^2}{2} = 6.97 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Ответ: $\frac{I}{m} = 6.97 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

F2^{0.40} Проведите точные измерения периода крутильных колебаний шайбы в воде. Рассчитайте эффективное ускорение свободного падения $g_{\text{эфф}}$.

T*N, с	N	T, с	z0, м
9,28	10	0,928	0,460

Период колебаний выражается прежней формулой: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m} \cdot \frac{z_0}{g_{\text{эфф}} R r_2}}$. Поэтому $g_{\text{эфф}} = \frac{I}{m} \cdot \frac{z_0}{R r_2} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 8.4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Примечание. Похожий результат получается, если принять $\rho_{\text{шайбы}} = \rho_{\text{стали}} = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и учесть силу Архимеда: $g_{\text{эфф}} = \frac{\rho_{\text{стали}} - \rho_{\text{воды}}}{\rho_{\text{стали}}} = 8.6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Ответ: $g_{\text{эфф}} = 8.4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

F3^{1.30} Решите теоретическую задачу. Пусть тонкая шайба с внутренним и внешним радиусами r_1 и r_2 соответственно колеблется в толще воды, за счет вязкого трения приводя в движение с некоторыми скоростями слои воды на глубинах от $(H - h)$ до $(H + h)$, где H — глубина погружения шайбы, h — условная суммарная толщина движущихся слоёв. Вязкость воды $\eta = 8.9 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}$, ускорение свободного падения $g = 9.81 \text{ м/с}^2$.

Какой момент сил вязкого трения M действует на шайбу в момент, когда она вращается с угловой скоростью $\dot{\varphi}$? Выразите M через $\dot{\varphi}$, η , h , r_1 , r_2 .

Выразите логарифмический декремент затухания d колебаний с вязким трением через η , h , r_1 , r_2 , m , T .

Пусть вода вращается «слоями»: угловая скорость ω одна общая для всего слоя и линейно убывает с высотой от $\omega(0) = \dot{\varphi}$ до $\omega(h) = 0$ (симметрично сверху и снизу от шайбы).

Выделим на верхней поверхности шайбы кольцо радиуса r и ширины dr . Момент сил сопротивления, действующих на него, равен $dM = r \cdot \eta \cdot 2\pi r dr \cdot \frac{\dot{\varphi} r}{h}$, а (с учетом нижней поверхности шайбы) полный момент сил $M = 2 \int_{r_1}^{r_2} r \cdot \eta \cdot 2\pi r dr \cdot \frac{\dot{\varphi} r}{h} = \frac{4\pi\eta\dot{\varphi}}{h} \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = \dot{\varphi} \cdot \frac{\eta\pi(r_2^4 - r_1^4)}{h}$.

Ответ: $M = \dot{\varphi} \cdot \frac{\eta\pi(r_2^4 - r_1^4)}{h}$.

Известно, что уравнение вида $\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$ имеет решение вида $\varphi(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t + \psi\right)$. Логарифмический декремент вычисляется в таком случае следующим образом: $d = \ln \frac{\varphi_i}{\varphi_{i+1}} = \ln(e^{\gamma T}) = \gamma T$, где $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx \frac{2\pi}{\omega_0}$ - период колебаний.

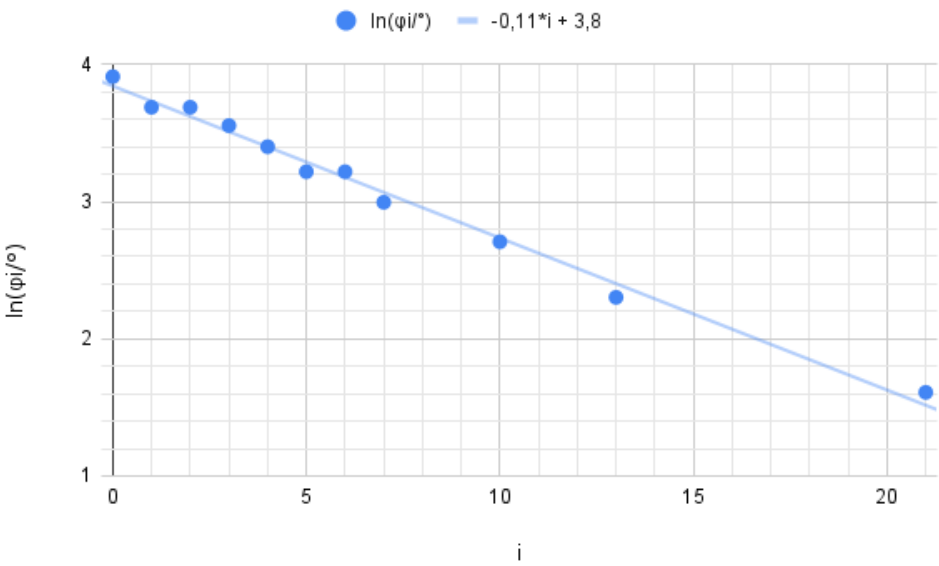
В нашем случае уравнение колебаний с учетом вязкости принимает вид $I\ddot{\varphi} + \frac{\eta\pi(r_2^4 - r_1^4)}{h}\dot{\varphi} + mg\frac{Rr}{z_0}\varphi = 0$. Поэтому

$$d = \gamma T = \frac{\eta\pi(r_2^4 - r_1^4)}{2Ih} T = \frac{\eta\pi(r_2^4 - r_1^4)}{2m \frac{r_1^2 + r_2^2}{2} h} T = \frac{T\eta\pi(r_2^2 - r_1^2)}{hm}.$$

Ответ: $d = \frac{T\eta\pi(r_2^2 - r_1^2)}{hm}$.

F4 1.00 Как вы заметили, колебания довольно быстро затухают. Пусть $\varphi(i)$ - амплитуда i -го колебания. Снимите зависимость $\varphi(i)$. Возможно, для этого потребуется несколько раз запускать колебания с одинаковыми начальными условиями. Постройте линеаризованный график и по нему рассчитайте логарифмический декремент затухания d .

$\varphi_i, ^\circ$	i	$\ln(\varphi_i/^\circ)$
50	0	3,91
40	1	3,69
40	2	3,69
35	3	3,56
30	4	3,40
25	5	3,22
25	6	3,22
20	7	3,00
15	10	2,71
10	13	2,30
5	21	1,61



Определение логарифмического декремента $d = \ln \frac{\varphi_i}{\varphi_{i+1}}$ преобразуется к выражению $\ln \varphi_i = \ln \varphi_0 - id$. Поэтому график $\ln \varphi_i(i)$ должен быть линейным с коэффициентом $(-d)$.

По коэффициенту наклона построенного линеаризованного графика определяем $d = 0.11$.

Ответ: $d = 0.11$.

F5 0.30 Используя d , оцените толщину h движущихся слоёв воды.

Ранее получено выражение $d = \frac{T\eta\pi(r_2^2 - r_1^2)}{hm}$. Воспользуемся измеренными и рассчитанными величинами, а также приведенным в условии значением $m = 80$ г, чтобы рассчитать $h = \frac{T\eta\pi(r_2^2 - r_1^2)}{md} = 0.31$ мм.

Ответ: $h = 0.31$ мм.

Примечание. Отметим, что в условии была намеренно указана $m = 80$ г вместо настоящего значения 120 г. Это было сделано для отсеечения возможности успешно решить часть С простым взвешиванием гаек на рычаге. Если в расчетах учесть настоящее значение m , получится несколько другая оценка: $h = 0.21$ мм.

G0 ?? Запишите, какое значение z_0 вы выбираете при сборке установки. Если вы не делали пункт F1, сделайте его сейчас.

Ответ: $z_0 = 45.5$ см

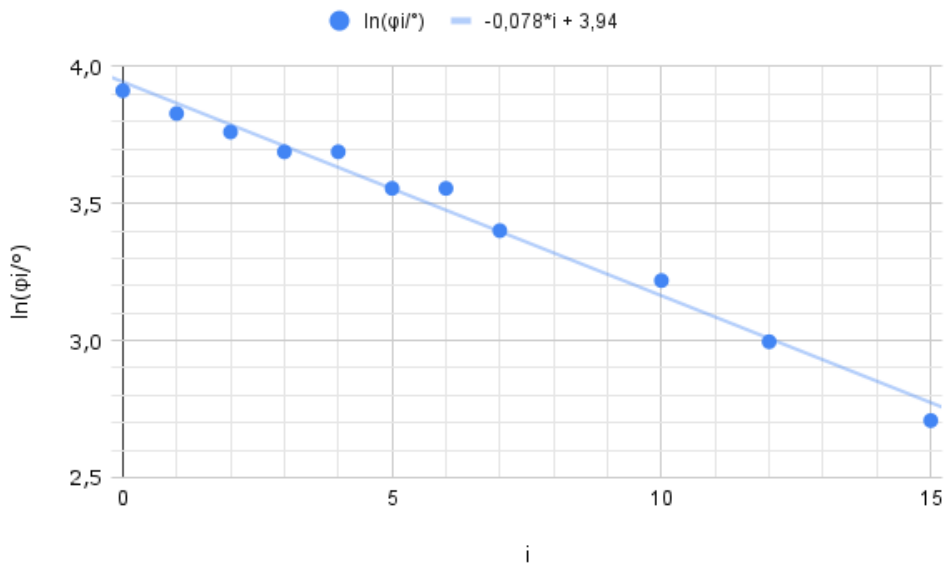
G1 0.40 Проведите точные измерения периода крутильных колебаний шайбы над доской с магнитами. Рассчитайте эффективное ускорение свободного падения $g_{\text{эфф}}$.

T*N, с	N	T, с
8,4	12	0,70

Ответ: $g_{\text{эфф}} = \frac{I}{m} \cdot \frac{z_0}{Rr_2} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 14.6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

G2 1.00 Как и в предыдущей части, колебания затухающие. Снимите зависимость $\varphi(i)$. Возможно, для этого потребуется несколько раз запускать колебания с одинаковыми начальными условиями. Постройте линеаризованный график и по нему рассчитайте логарифмический декремент затухания d .

$\varphi_i, ^\circ$	i	$\ln(\varphi_i/^\circ)$
50	0	3,91
46	1	3,83
43	2	3,76
40	3	3,69
40	4	3,69
35	5	3,56
35	6	3,56
30	7	3,40
25	10	3,22
20	12	3,00
15	15	2,71



Ответ: $d = 0.078$.

G3 ^{0.30} Рассчитайте численно коэффициент пропорциональности в соотношении $M_{\text{маг. тр.}} = k \cdot \omega$ между моментом сил магнитного трения и угловой скоростью.

Уравнение колебаний на этот раз выглядит так: $I\ddot{\varphi} + k\dot{\varphi} + mg\frac{Rr}{z_0}\varphi = 0$. Логарифмический декремент соответствует величине $d = \frac{k}{2I}T$. Поэтому

коэффициент k можно выразить и рассчитать следующим образом: $k = \frac{d \cdot 2I}{T} = \frac{2d\frac{I}{m}m}{T} = 1.24 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.

Примечание. Как и в части F, это значение на самом деле надо скорректировать, если учитывать настоящую $m = 120$ г: тогда $k = 1.87 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.

Ответ: $k = 1.24 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.