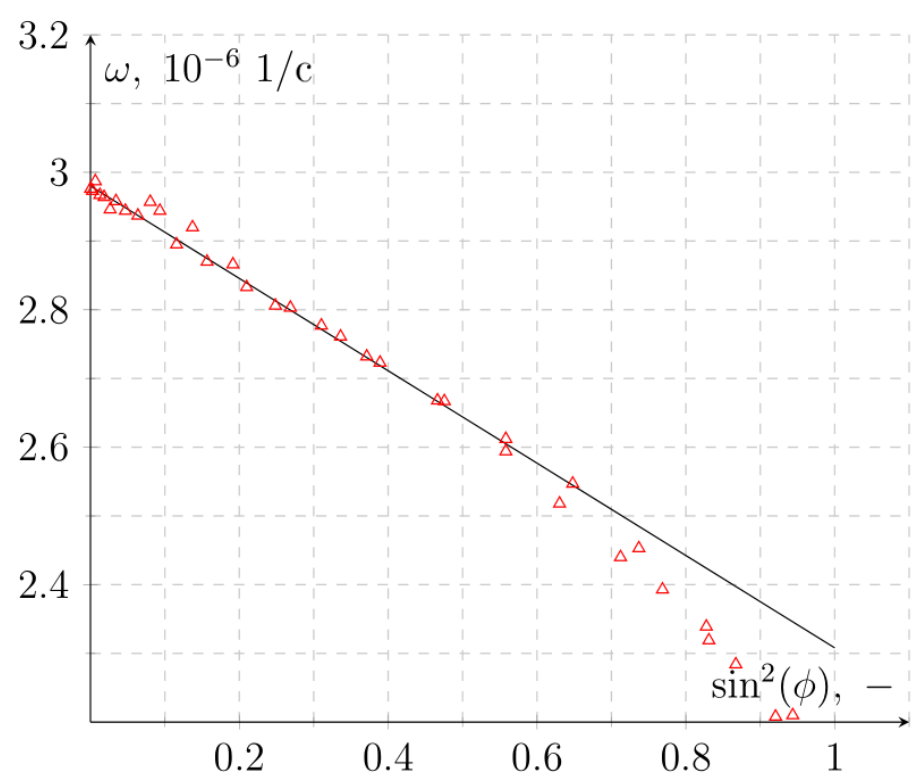


A1^{2.00} Вам представлена таблица экспериментальных данных $\omega(\varphi)$. Данные получены исходя из эффекта Доплера, влияющего на частоту электромагнитного излучения Солнца, регистрируемого на Земле. Определите параметры a и b .

Построим график $\omega(\sin^2 \varphi)$. По начальному участку проведем аппроксимирующую прямую, из которой находим параметры a и b .



Ответ: $a = (2.99 \pm 0.2) \cdot 10^{-6} \text{ 1/c}$

Ответ: $b = 0.67 \cdot 10^{-6} \text{ 1/c}$

A2^{0.30} Найдите границы применимости формулы, указанной выше.

Из графика находим угол φ_{max} после которого точки значительно отклоняются от прямой.

Ответ: $\varphi_{\text{max}} = 50^\circ$

B1^{0.30} Получите все составляющие магнитного поля на поверхности Солнца $B_{0,r}(\varphi)$, $B_{0,\phi}(\varphi)$, $B_{0,\lambda}(\varphi)$. Ответы выразите через φ , $\mathfrak{M}$, R_0 и μ_0 .

Запишем поле магнитного диполя на широте φ :

$$\vec{B}(\varphi) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}}{R_0^3} (3\vec{n} \sin \varphi - \vec{z})$$

Проецируя это на оси, соответствующие r , φ и λ получим:

Ответ:

$$B_{0,r}(\varphi) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}}{R_0^3} 2 \sin \varphi$$

Ответ:

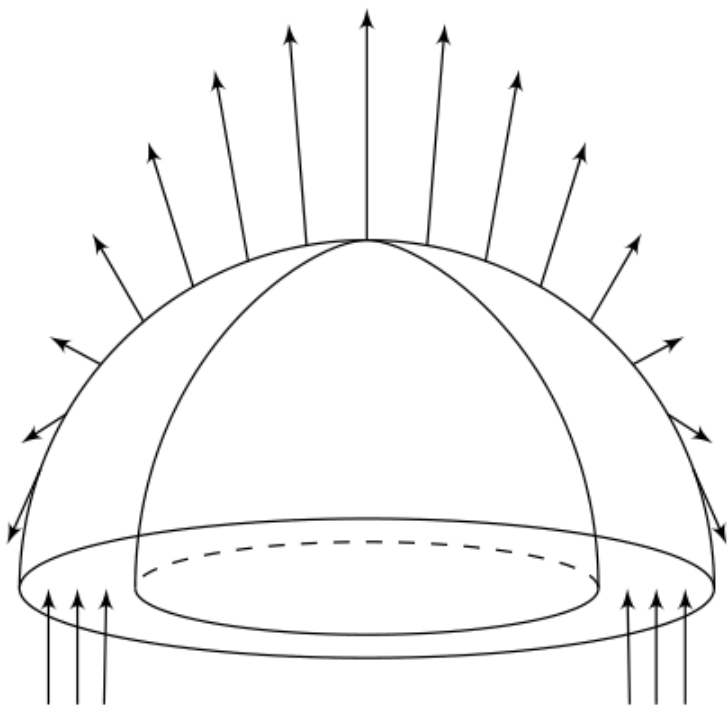
$$B_{0,\varphi}(\varphi) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}}{R_0^3} \cos \varphi$$

Ответ:

$$B_{0,\lambda}(\varphi) = 0$$

B2^{0.60} Получите величину магнитного поля B_e на экваторе внутри Солнца у его поверхности. Ответ выразите через $\mathfrak{M}$, μ_0 , R_0 , ξ .

Выберем поверхность натянутую на магнитные линии. Тогда поток магнитного поля через экваториальное сечение внутри Солнца равен потоку через одно из полушарий.



Таким образом $2\pi R_0 H_0 B_e = \Phi_0$, значит $B_e = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi R_0^2} = 53 \text{ мТл}$. С другой стороны мы можем посчитать поток Φ_0 проинтегрировав поле диполя:

$$\Phi_0 = \int_0^{\pi/2} B_{0,r} 2\pi R_0^2 \cos\varphi d\varphi = \frac{\mu_0 \mathfrak{M}}{R_0} \int_0^{\pi/2} \sin\varphi \cos\varphi d\varphi = \frac{\mu_0 \mathfrak{M}}{2R_0}.$$

Подставим это в предыдущую формулу и получим следующее:

Ответ:

$$B_e = \frac{\mu_0 \mathfrak{M}}{4\pi\xi R_0^3}.$$

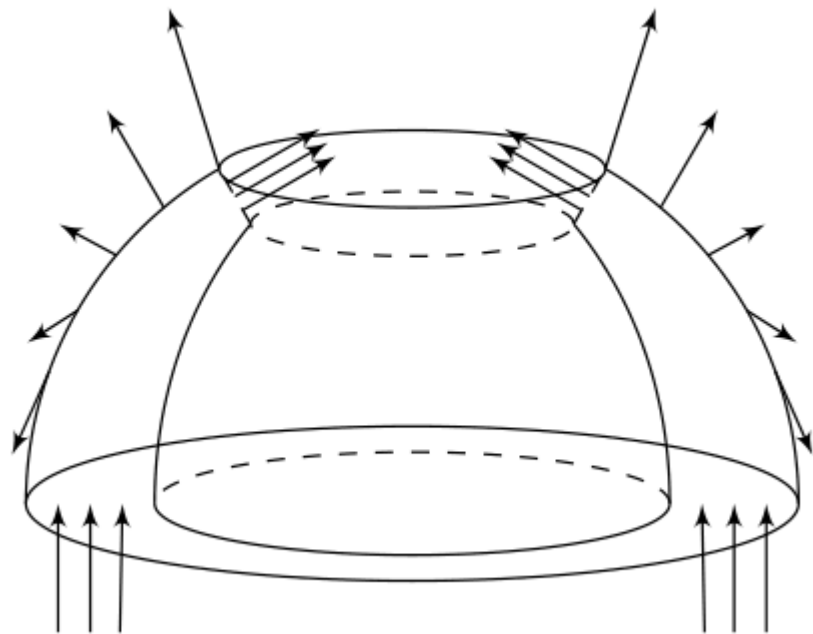
B3^{0.10} Найдите численное значение B_e .

Ответ:

$$B_e = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi R_0^2} = 53 \text{ мТл}$$

B4^{0.60} Получите величину магнитного поля $B_\varphi(\varphi)$ внутри Солнца у его поверхности в зависимости от широты φ . Ответ выразите через φ , B_e .

Теперь тоже выберем поверхность, натянутую на магнитные линии. Только теперь она будет простирается от экватора до искомой широты φ .



Тогда для расчета B_φ нужно найти поток $\Phi(\varphi)$ магнитного поля диполя через часть широты от 0 до φ . Это уже знакомый нам интеграл:

$$\Phi(\varphi)(\varphi) = \int_0^\varphi B_{0,r} 2\pi R_0^2 \cos \varphi d\varphi = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{2R_0} \sin^2 \varphi.$$

Поток через поверхность равен 0:

$$\Phi(\varphi) + 2\pi R_0 \cos \varphi H_0 \cos^2 \varphi B_\varphi(\varphi) = \Phi_0,$$

тогда:

$$2\pi \xi R_0^2 \cos^3 \varphi B_\varphi(\varphi) = \Phi_0 \cos^2 \varphi.$$

Значит

Ответ:

$$B_\varphi = \frac{B_e}{\cos \varphi}.$$

C1^{1.70} Точно рассчитайте 30 пар точек (φ, λ) , через которые будет проходить магнитная линия, пронизывающая точки $\varphi = \pm 50^\circ$, $\lambda = 0$ в момент времени $t = 150$ дней.

Пусть магнтная линия проходит через точки $(\pm \varphi_0, \lambda_0)$, где $\varphi_0 = 50^\circ$, $\lambda_0 = 0^\circ$. Тогда ее уравнение в угловых координатах задается следующим образом:

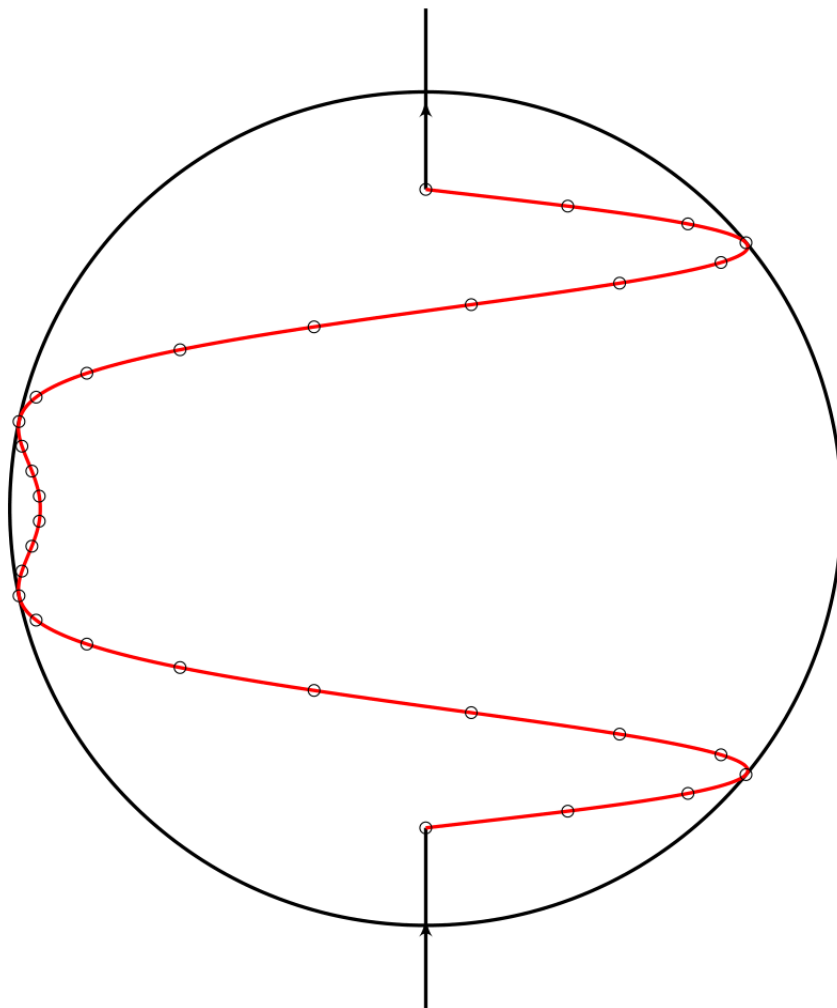
$$\lambda = \omega(\varphi)t = (a - b \sin^2 \varphi)t$$

C2^{1.00} Используя эти данные постройте в листе ответов, как будет выглядеть эта линия для земного наблюдателя.

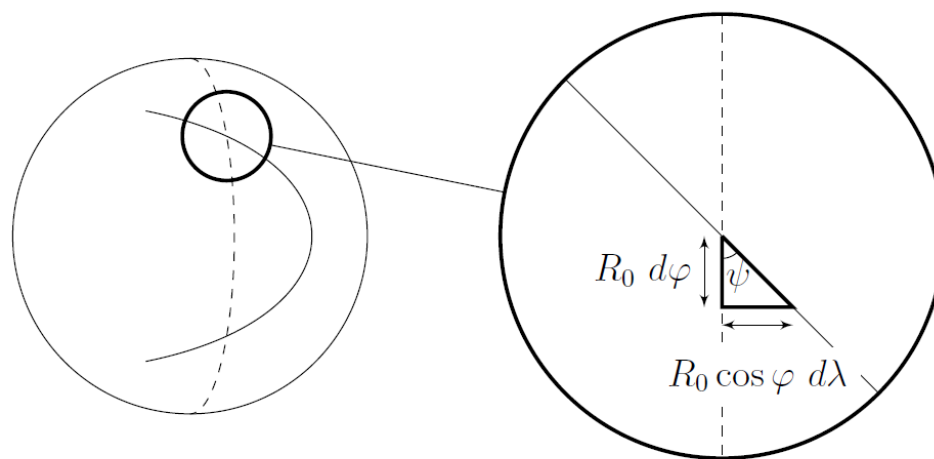
Точки с угловыми координатами в плоскости имеют следующие координаты:

$$\begin{cases} x = R \cdot \sin \lambda \cos \varphi \\ y = R \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

Проведем через пересчитанные точки линию:



СЗ^{0.30} Найдите угол $\psi(\varphi, t)$, который составляют магнитные линии с меридианом. Ответ выразите через φ, t, a, b .



Из картинки ясно, что

$$\tan \psi = \frac{d\lambda}{d\varphi} \cos \varphi = 2bt \sin \varphi \cos^2 \varphi,$$

откуда

Ответ:

$$\psi = \arctan(2bt \sin \varphi \cos^2 \varphi).$$

С4^{0.20} Пусть внутри Солнца вблизи его поверхности магнитные линии составляют угол ψ с меридианом. Найдите модуль магнитного поля B в этой точке. Ответ выразите через ψ, φ, B_e .

Поток магнитного поля через поверхности, рассмотренные в части В не должен поменяться, поэтому $B_\varphi = \text{const}$. Тогда

$$B = \frac{B_\varphi}{\cos \psi}$$

и, следовательно,

Ответ:

$$\frac{B_e}{\cos \varphi \cos \psi}$$

D1^{2.70} Используя приближение $\sin \psi \approx 1$, найдите $B_{\text{крит}}$.

В приближении $\sin \psi \approx 1$ выполняется, что $\tan \psi = 1 / \cos \psi$, поэтому:

$$B = \frac{B_e \tan \psi}{\cos \varphi} = 2B_e b t \sin \varphi,$$

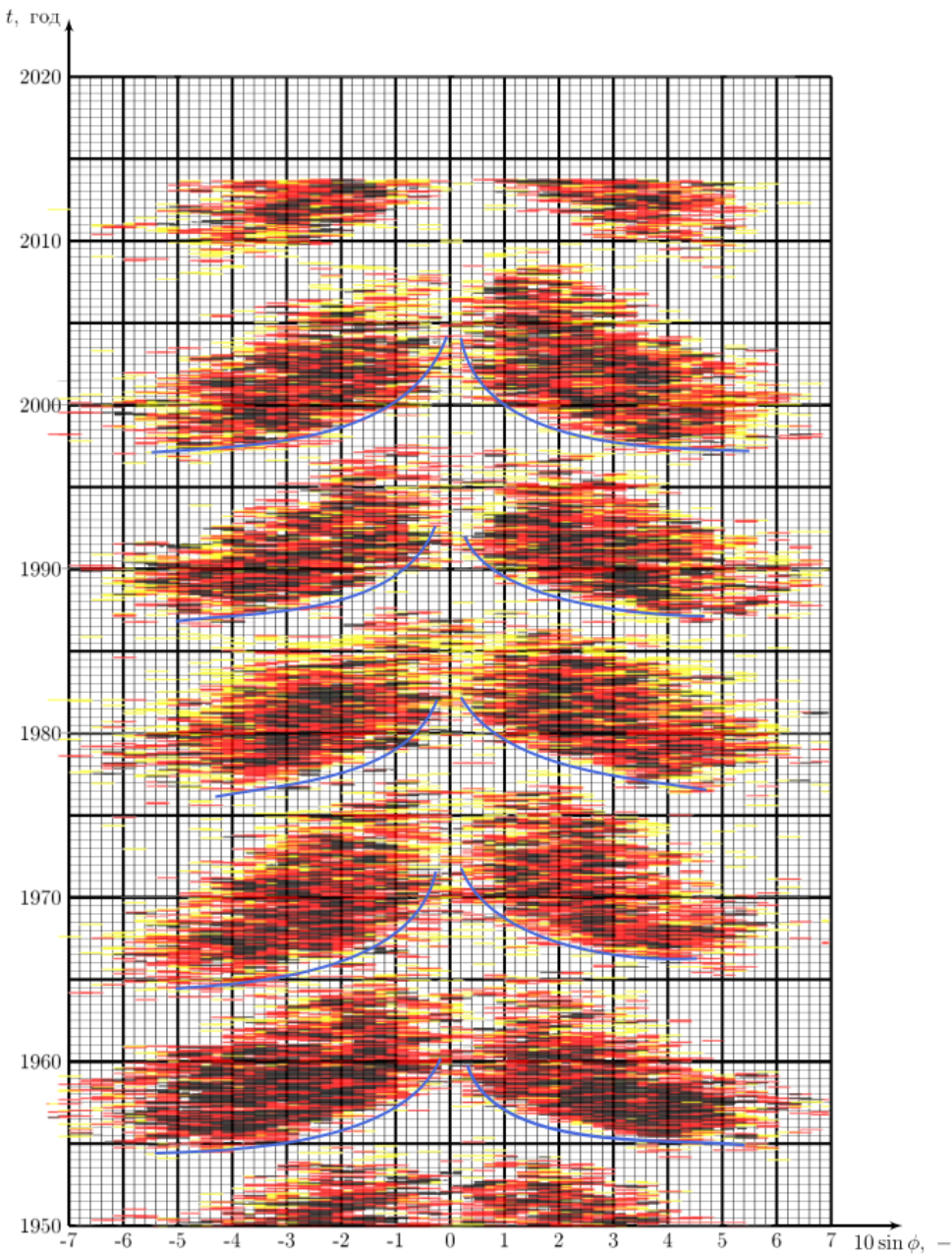
значит вид кривой, $\varphi(t)$, на которой на Солнце появляются пятна описывается следующим выражением:

$$B_{\text{крит}} = 2B_e b t \sin \varphi,$$

т.е. ее линеаризация следующая:

$$t = \frac{A}{\sin 2\varphi},$$

где $A = \frac{B_{\text{крит}}}{B_e b}$, а t отсчитывается от начала 11-летнего солнечного цикла (одна "бабочка" на диаграмме Маундера).
Строя огибающую на диаграмме Маундера, получим зависимость $t(\sin 2\varphi)$ для критических точек (появления пятен). Из нее найдем A , а затем $B_{\text{крит}}$.



Ответ:

$$B_{\text{крит}} = (15 \pm 5) \text{ мТл}$$

D2^{0.20} Определите период солнечной активности T_0 , т.е. время через которое магнитное поля Солнца возвращается в исходное состояние.

Период находим, как время между двумя точками с совпадающей «фазой» деленное на количество циклов:
 $T = 11$ лет. Далее это число нужно еще увеличить в 2 раза, так как после одного цикла поле меняет направление.

Ответ:

$$T_0 = 22 \text{ года}$$