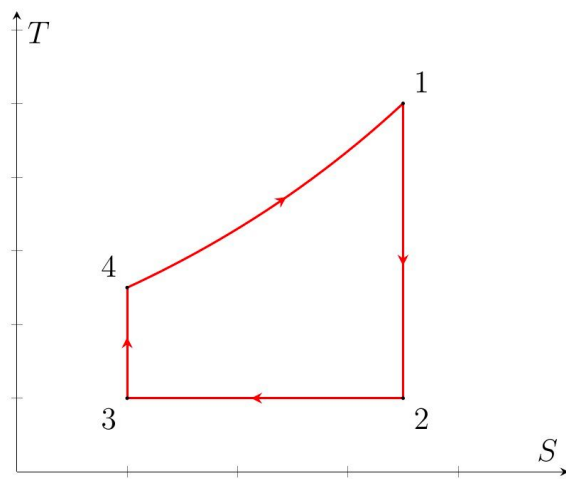


Решение в TS координатах.

На рисунке представлена качественная диаграмма рассматриваемого цикла в TS координатах.



Тепло отводится от газа в изотермическом процессе, поэтому для Q_- получим:

$$Q_- = T_2(S_2 - S_3)$$

где S_2 и S_3 - энтропия газа в точках 2 и 3 соответственно.

Поскольку изменение энтропии в адиабатических процессах равно нулю:

$$S_2 - S_3 = S_1 - S_4 = \int_{T_4}^{T_1} \frac{\nu C_p dT}{T} = \frac{\gamma \nu R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1}{T_4}$$

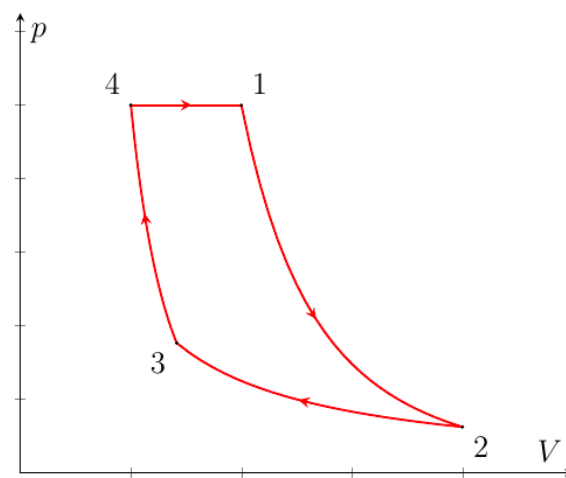
откуда находим

Ответ:

$$Q_- = \frac{\gamma \nu R T_2}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1}{T_4}$$

Решение в pV или pT координатах.

На диаграмме представлен качественный график процесса в координатах pV .



Используем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT$$

Тепло отводится от газа в изотермическом процессе, в котором $\delta Q = \delta A$, поэтому:

$$\delta Q = p dV = \frac{\nu RT dV}{V} \Rightarrow Q_- = \nu RT_2 \int_{V_3}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT_2 \ln \frac{V_2}{V_3}$$

Поскольку процесс 23 изотермический - $V_2/V_3 = p_3/p_2$. Перепишем выражение для Q_- :

$$Q_- = \nu RT \ln \frac{p_3}{p_2}$$

Для идеального газа в квазистатическом адиабатическом процессе верно уравнение Пуассона:

$$p \sim T^{\gamma/(\gamma-1)}$$

поэтому:

$$\begin{cases} \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \\ \frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \end{cases} \implies \frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

Поскольку $T_3 = T_2$ и $p_4 = p_1$.
Окончательно:

Ответ:

$$Q_- = \frac{\gamma \nu R T_2}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1}{T_4}$$

A2 ^{0.80}

Выразите отношение T_1/T_4 через α , β и γ .

Запишем уравнение адиабаты для процесса 1 — 2 в координатах pT :

$$p^{1-\gamma}T^\gamma = const \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Поскольку $p_1 = p_4$

$$\frac{T_1}{T_2} = \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Также, поскольку $T_2 = T_4/\alpha$:

Ответ:

$$\frac{T_1}{T_4} = \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\alpha}$$

A3 ^{0.50}

Получите выражение для КПД цикла η_1 . Ответ выразите через α , β и γ .

Найдите численное значение η_1 при $p_2 = 15$ кПа, $p_4 = 60$ кПа, $T_2 = 340$ К и $T_4 = 400$ К.

Поскольку $Q_+ = C_p(T_1 - T_4)$, имеем:

$$\eta_1 = 1 - \frac{C_p T_2 \ln(T_1/T_4)}{C_p(T_1 - T_4)}$$

откуда

Ответ:

$$\eta_1 = 1 - \frac{\ln\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}/\alpha\right)}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \alpha}$$

Для α и β имеем:

$$\alpha = \frac{20}{17} \qquad \beta = 4$$

откуда:

Ответ:

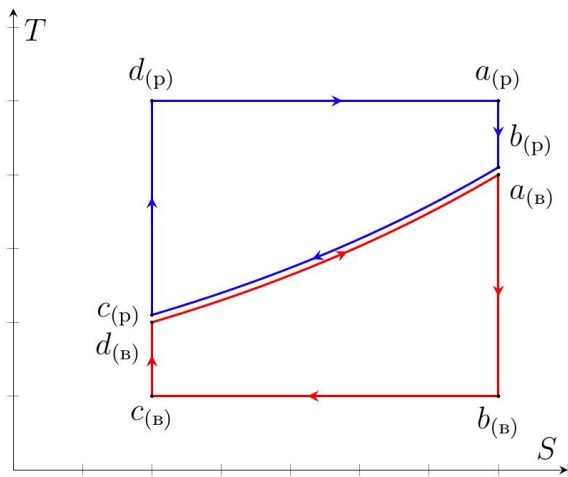
$$\eta_1 = 0,226$$

B1 ^{0.50}

Найдите отношение масс ртути и воды $m_{(p)}/m_{(в)}$, участвующих в цикле.

Решение в TS координатах.

На рисунке представлены качественные диаграммы рассматриваемых циклов в TS координатах.



Поскольку количества теплоты, полученные и отданные водяным и ртутным парами соответственно в изобарных политропных процессах одинаковы при одинаковых изменениях температурах - теплоёмкости в изобарных процессах также одинаковы:

$$C_{p(b)} = \frac{m_{(b)}\gamma_{(b)}R}{\mu_{(b)}(\gamma_{(b)} - 1)} = \frac{m_{(p)}\gamma_{(p)}R}{\mu_{(p)}(\gamma_{(p)} - 1)} = C_{p(p)}$$

откуда:

Ответ:

$$\frac{m_{(p)}}{m_{(b)}} = \frac{\mu_{(p)}}{\mu_{(b)}} \frac{\gamma_{(p)} - 1}{\gamma_{(p)}} \frac{\gamma_{(b)}}{\gamma_{(b)} - 1} = 17,81$$

B2^{0.40}

Используя графики зависимости давления насыщенных паров ртути и воды от температуры, оцените значения давлений $p_{c(p)}$ и $p_{c(b)}$.

Искомые давления равны давлениям насыщенных паров при температурах t_4 для ртути и t_2 для воды. Из графиков находим:

Ответ:

$$p_{c(p)} = 6 \text{ кПа}$$

Ответ:

$$p_{c(b)} \approx 7 - 8 \text{ кПа}$$

B3^{0.80}

Найдите КПД ртутного и водяного цикла $\eta_{(p)}$ и $\eta_{(b)}$ соответственно.

Примечание: во всех пунктах далее подразумевается, что $T_i = t_i + T_0$, где $T_0 = 273 \text{ К}$.

Изменение энтропии в изотермических и изобарных процессах одинаковы, поэтому:

$$\Delta S = \int_{T_4}^{T_3} \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln \frac{T_3}{T_4}$$

Количество теплоты, полученное ртутью в изотермическом процессе, равно:

$$Q_{+(p)} = T_1 \Delta S$$

Количество теплоты, отданное водяным паром в изотермическом процессе, равно:

$$Q_{-(b)} = T_2 \Delta S$$

В изобарном процессе водяной пар получает а ртуть отдаёт количество теплоты Q_p , равное:

$$Q_p = C_p(T_3 - T_4)$$

поэтому ответы для $\eta_{(p)}$ и $\eta_{(b)}$ следующие:

Ответ:

$$\eta_{(p)} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_1 \ln(T_3/T_4)} = 0,326$$

Ответ:

$$\eta_{(в)} = 1 - \frac{T_2 \ln(T_3/T_4)}{T_3 - T_4} = 0,491$$

В4 0.80

Найдите КПД $\eta_{гп}$ бинарного газowo-пароводяного цикла. Сравните его с $\eta_{(p)}$ и $\eta_{(в)}$.

Решение в TS координатах.

Поскольку в изобарном процессе газы обмениваются теплом друг с другом - к системе, участвующей в бинарном цикле, извне подводится тепло только в ртутном изотермическом процессе. Тогда КПД бинарного цикла такой же, как и у цикла Карно, состоящего из двух изотерм и двух адиабат с температурами T_1 и T_2 :

$$\eta_{\text{Карно}} = 1 - \frac{T_x}{T_H}$$

Окончательно:

Ответ:

$$\eta_{гп} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0,657 > \eta_{(p)}, \eta_{(в)}$$

С1 0.40

Найдите температуры системы в точках 2, 3, 4, 5 и 6.

Поскольку процесс 23 изотермический, а изменением температуры на участке 34 по условию можно пренебречь - температуры t_2 , t_3 и t_4 равны температуре насыщенного пара при давлении $p_3 = 16$ кПа, т. е:

Ответ:

$$t_2 = t_3 = t_4 = t'_1 = 55^\circ\text{C}$$

Температуры системы в точках 5 и 6 соответствуют температуре насыщенного пара при давлении $p_4 = 2,8$ МПа, т. е:

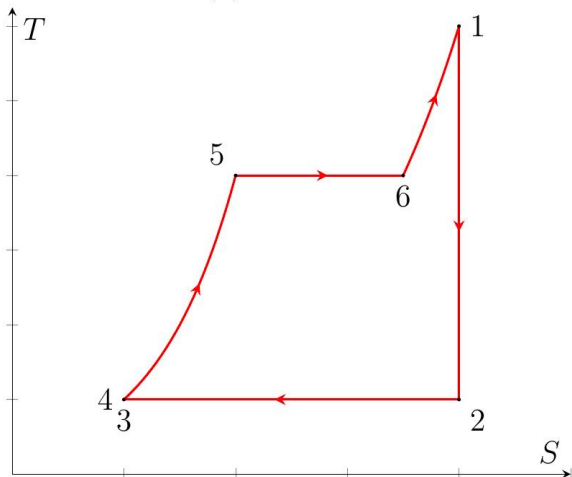
Ответ:

$$t_5 = t_6 = t'_2 = 230^\circ\text{C}$$

С2 0.60

Найдите количество теплоты Q_+ , подведённое к системе за цикл.

На рисунке представлена качественная диаграмма рассматриваемого цикла в TS координатах.



На участке 4 — 5 жидкость нагревается, на участке 5 — 6 - испаряется, а участок 6 — 1 соответствует перегреву водяного пара. Тогда для Q_+ имеем:

$$Q_+ = cm(t_5 - t_4) + L(t_5)m + \frac{\gamma_{(в)}mR(t_1 - t_6)}{\mu_{(в)}(\gamma_{(в)} - 1)}$$

Поскольку $t_6 > 180^\circ\text{C}$ - показатель адиабаты водяного пара равен $9/7$.
Подставляя численные значения, находим:

Ответ:

$$Q_+ = 57,35 \text{ МДж}$$

С3 ^{0.80} Найдите количество теплоты Q_- , отведённое от системы за цикл.

Количество теплоты, отданное за цикл в изотермическом процессе, равняется:

$$Q_- = T_2(S_2 - S_3)$$

Найдём изменение энтропии другим способом, учитывая, что процессы $1 - 2$ и $3 - 4$ являются адиабатными:

$$S_2 - S_3 = S_5 - S_4 + S_6 - S_5 + S_1 - S_6 = m \left(c \ln \frac{T_5}{T_4} + \frac{L(t_5)}{T_5} + \frac{\gamma_{(в)}R}{\mu_{(в)}(\gamma_{(в)} - 1)} \ln \frac{T_1}{T_6} \right)$$

Таким образом:

$$Q_- = mT_2 \left(c \ln \frac{T_5}{T_4} + \frac{L(t_5)}{T_5} + \frac{\gamma_{(в)}R}{\mu_{(в)}(\gamma_{(в)} - 1)} \ln \frac{T_1}{T_6} \right)$$

Подставляя численные значение, находим:

Ответ:

$$Q_- = 36,83 \text{ МДж}$$

С4 ^{0.20} Найдите работу газа A за цикл и его КПД η_2 .

Воспользуемся законом сохранения энергии:

$$A = Q_+ - Q_-$$

откуда:

Ответ:

$$A = 20,52 \text{ МДж}$$

По определению:

$$\eta_2 = \frac{A}{Q_+} = 1 - \frac{Q_-}{Q_+}$$

откуда:

Ответ:

$$\eta_2 = 0,358$$

D1 ^{0.20} Найдите температуры в точках $b_{в}, c_{в}, d_{в}, e_{в}, f_{в}$ водяного цикла.

Температуры в точках $b_{(в)}, c_{(в)}$ и $d_{(в)}$ одинаковы и равны температуре насыщенного пара воды при давлении $p_{c(в)}$:

Ответ:

$$t_{b(\text{в})} = t_{c(\text{в})} = t_{d(\text{в})} = t_1 = 96^\circ\text{C}$$

Температуры в точках $e_{(\text{в})}$ и $f_{(\text{в})}$ одинаковы и равны температуре насыщенного пара воды при давлении $p_{e(\text{в})}$:

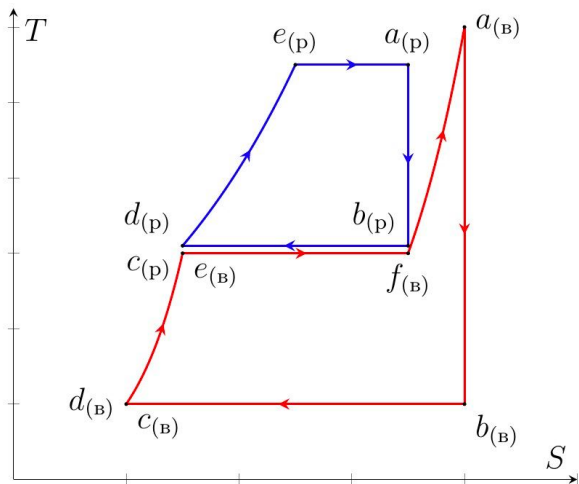
Ответ:

$$t_{e(\text{в})} = t_{f(\text{в})} = t_2 = 188^\circ\text{C}$$

D2 1.00

Найдите температуру в точке $a_{\text{в}}$ водяного цикла.

На рисунке представлены качественные диаграммы рассматриваемых циклов в TS координатах.



Поскольку процессы $a_{\text{в}} - b_{\text{в}}$ и $c_{\text{в}} - d_{\text{в}}$ являются адиабатическими - изменение энтропии на участках $d_{\text{в}} - e_{\text{в}} - f_{\text{в}} - a_{\text{в}}$ равно изменению энтропии на участке $c_{\text{в}} - b_{\text{в}}$:

$$S_{b(\text{в})} - S_{c(\text{в})} = S_{e(\text{в})} - S_{d(\text{в})} + S_{f(\text{в})} - S_{e(\text{в})} + S_{a(\text{в})} - S_{f(\text{в})}$$

Для изменении энтропии воды на участках $d_{\text{в}} - e_{\text{в}} - f_{\text{в}} - a_{\text{в}}$ имеем:

$$S_{a(\text{в})} - S_{d(\text{в})} = m_{\text{в}} \left(c_{\text{в}} \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{L_{\text{в}}(T_2)}{T_2} + \frac{\gamma_{\text{в}} R}{\mu_{\text{в}}(\gamma_{\text{в}} - 1)} \ln \frac{T_{a(\text{в})}}{T_2} \right)$$

Для изменения энтропии на участке $c_{\text{в}} - b_{\text{в}}$ имеем:

$$S_{b(\text{в})} - S_{c(\text{в})} = \frac{m_{\text{в}} L_{\text{в}}(T_1)}{T_1} + \frac{A_{\text{пар}}}{T_1}$$

где $A_{\text{пар}}$ - работа водяного пара при расширении. Найдём её:

$$A_{\text{пар}} = \int_{V_0}^{V_{\text{к}}} p dV = \nu R T \int_{V_0}^{V_{\text{к}}} \frac{dV}{V} = \nu R T \ln \frac{V_{\text{к}}}{V_0}$$

Поскольку пар расширяется по изотерме:

$$\frac{V_{\text{к}}}{V_0} = \frac{p_0}{p_{\text{к}}} = \frac{p_{c(\text{в})}}{p_{b(\text{в})}}$$

Мы получили уравнение, содержащее T_a :

$$\frac{L_{\text{в}}(T_1)}{T_1} + \frac{R}{\mu_{\text{в}}} \ln \frac{p_{c(\text{в})}}{p_{b(\text{в})}} = c_{\text{в}} \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{L_{\text{в}}(T_2)}{T_2} + \frac{\gamma_{\text{в}} R}{\mu_{\text{в}}(\gamma_{\text{в}} - 1)} \ln \frac{T_{a(\text{в})}}{T_2}$$

Найдём численные $L_{\text{в}}(T_1)$ и $L_{\text{в}}(T_2)$:

$$L_{\text{в}}(T_1) = 2,27 \text{ МДж} \quad L_{\text{в}}(T_2) = 1,98 \text{ МДж}$$

Окончательно получим:

Ответ:

$$t_{a(в)} \approx 677^{\circ}\text{C}$$

D3^{1.30} Найдите давление ртути на участке $d_p - e_p - a_p$.

Обозначим температуру в точке e_p за T_4 . Тогда для изменения энтропии на участке $d_p - e_p - a_p$ имеем:

$$S_{a(p)} - S_{d(p)} = m_p \left(c_p \ln \frac{T_4}{T_2} + \frac{L_p(T_4)}{T_4} \right)$$

С другой стороны, это же изменение энтропии равно изменению энтропии на участке $c_p - b_p$, которое, в свою очередь, равно изменению энтропии воды на участке $e_в - f_в$:

$$S_{f(в)} - S_{b(в)} = \frac{m_в L_в(T_2)}{T_2}$$

Приравнивая, получим зависимость $L_p(T_4)$:

$$L_p(T_4) = \frac{m_в L_в(T_2) T_4}{m_p T_2} - c_p T_4 \ln \frac{T_2}{T_4}$$

Построим данную функцию на границе зависимости $L_p(t)$ и найдём решение:

$$t_4 \approx 610^{\circ}\text{C}$$

Сразу определим $L_p(t_4)$:

$$L_p(t_4) \approx 288 \text{ кДж/кг}$$

Давление ртути на искомом участке равно давлению насыщенного пара ртути при данной температуре.
Окончательно имеем:

Ответ:

$$p_{e(p)} \approx 2,6 \text{ МПа}$$

D4^{1.00} Найдите КПД бинарного цикла Ренкина с ртутью и водой η_3 .

Ртуть на участке $b_p - c_p$ обменивается теплом с водой на участке $e_в - f_в$, поэтому извне подводится тепло к ртути на участке $d_p - e_p - a_p$, а также к воде на участках $d_в - e_в$ и $f_в - a_в$.

Тогда для подведённого количества теплоты на единицу массы воды $Q_{+3}/m_в$ получим:

$$\frac{Q_{+3}}{m_в} = \left(c_в(t_2 - t_1) + \frac{\gamma_в R(t_3 - t_2)}{\mu_в(\gamma_в - 1)} \right) + \frac{m_p}{m_в} (c_p(t_4 - t_2) + L_p(t_4)) \approx 4,976 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$$

Тепло в системе отводится только от воды на участке $b_в - c_в$, поэтому для отведённого количества теплоты на единицу массы воды $Q_{-3}/m_в$ имеем:

$$\frac{Q_{-3}}{m_в} = \frac{T_1(S_{b(в)} - S_{c(в)})}{m_в}$$

Из результатов пункта D2:

$$\frac{S_{b_в} - S_{c_в}}{m_в} = \left(c_в \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{L_в(T_2)}{T_2} + \frac{\gamma_в R}{\mu_в(\gamma_в - 1)} \ln \frac{T_{a(в)}}{T_2} \right)$$

Откуда:

$$\frac{Q_{-3}}{m_в} = T_1 \left(c_в \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{L_в(T_2)}{T_2} + \frac{\gamma_в R}{\mu_в(\gamma_в - 1)} \ln \frac{T_{a(в)}}{T_2} \right) \approx 2,484 \frac{\text{МДж}}{\text{Кг}}$$

Окончательно:

Ответ:

$\eta_3 \approx 0,50$