

A1 0.40

Для установившегося режима найдите:

- напряжение V_r на нагрузке r ;
- напряжение V_0 на каждой ячейке и паразитной емкости C_0 ;
- напряжения V_1 на слоях гашения каждой ячейки.

В установившемся режиме ток через r не течёт, поэтому $V_r = 0$. Напряжение на ячейках совпадает с напряжением источника, то есть $V_0 = V_{op}$. Конденсатор C_1 параллелен резистору, поэтому он разряжен: $V_1 = 0$.

Ответ:

$$V_r = 0$$

$$V_0 = V_{op}$$

$$V_1 = 0$$

A2 0.80

Найдите:

- изменение заряда Δq_0 конденсатора C_0 . Ответ выразите через C_0 и ΔV ;
- изменения зарядов Δq_{1a} и Δq_{2a} конденсаторов C_1 и C_2 соответственно каждой из активных ячеек. Ответы выразите через C_1 , C_2 , V_{ov} и ΔV ;
- изменения зарядов Δq_{1p} и Δq_{2p} конденсаторов C_1 и C_2 соответственно каждой из пассивных ячеек. Ответы выразите через C_{cell} и ΔV .

По определению ёмкости: $\Delta q_0 = C_0 \Delta V$. Аналогично изменение заряда на конденсаторах в активных ячейках: $\Delta q_{1a} = C_1(V_{ov} + \Delta V)$ и $\Delta q_{2a} = -C_2 V_{ov}$, а на пассивных ячейках: $\Delta q_{1p} = \Delta q_{2p} = C_{cell} \Delta V$.

Ответ:

$$\Delta q_0 = C_0 \Delta V$$

$$\Delta q_{1a} = C_1(V_{ov} + \Delta V)$$

$$\Delta q_{2a} = -C_2 V_{ov}$$

$$\Delta q_{1p} = \Delta q_{2p} = C_{cell} \Delta V$$

A3 0.70

Найдите изменение напряжения ΔV на ячейках и конденсаторе C_0 по завершении лавинного процесса . Ответ выразите в общем виде через V_{ov} , n , N , C_1 , C_2 , C_0 .

Запишем закон сохранения заряда для положительных обкладок C_0 и C_1 .

$$n\Delta q_{1a} + \Delta q_0 + (N - n)\Delta q_{1p} = 0$$

$$nC_1(V_{ov} + \Delta V) + C_0 \Delta V + (N - n)C_{cell} \Delta V = 0$$

$$\Delta V(nC_1 + C_0 + (N - n)C_{cell}) = -nC_1 V_{ov}$$

$$\Delta V = -\frac{nC_1 V_{ov}}{nC_1 + C_0 + (N - n)\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

Ответ:

$$\Delta V = -\frac{nC_1 V_{ov}}{nC_1 + C_0 + (N - n)\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

A4 0.60

Оцените амплитуду теплового шума на нагрузке $r = 50$ Ом при комнатной температуре, если полоса пропускания осциллографа составляет $1 \text{ ГГц} = 10^9 \text{ Гц}$. Используя данные из условия задачи и полученную вами формулу из A3 найдите численное значение ΔV при попадании света на одну ячейку. Сделайте вывод о том, можно ли различить сигнал от одной ячейки на фоне теплового шума сопротивления нагрузки.

Подставим $T = 300\text{К}$ и получим: $V_{noise} = 2.88 \cdot 10^{-5}\text{В}$.

Выразим изменение напряжения через данные в условии величины:

$$\Delta V = -\frac{(k + 1)(1 - p)\frac{n}{N} V_{ov}}{1 + \frac{kn}{N}(1 - p)}$$

Подставим $n = 1$ и получим:

$$\Delta V = -2.16 \cdot 10^{-4} \text{В}$$

Заметим, что ΔV по модулю заметно больше V_{noise} , поэтому различить сигнал можно.

Ответ:

$$V_{noise} = 2.88 \cdot 10^{-5} \text{В}$$

$$\Delta V = -2.16 \cdot 10^{-4} \text{В}$$

ΔV по модулю заметно больше V_{noise} , поэтому различить сигнал можно.

B1 0.80 Найдите коэффициент умножения M для ТФУ с параметрами из условия задачи. Выразите ответ через $N, C_1, C_2, C_0, e, V_{ov}$ и приведите численное значение.

Q можно определить через изменение зарядов на отрицательных обкладках C_0 и C_2 .

$$Q = -C_0 \Delta V - (N - 1) C_{cell} \Delta V + C_2 V_{ov}$$

$$M = \left((C_0 + (N - 1) C_{cell}) \frac{C_1 V_{ov}}{C_1 + C_0 + (N - 1) C_{cell}} + C_2 V_{ov} \right) \cdot \frac{1}{e}$$

$$M = 32.4 \cdot 10^3$$

Ответ:

$$M = \left(\left(C_0 + (N - 1) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \frac{C_1 V_{ov}}{C_1 + C_0 + (N - 1) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} + C_2 V_{ov} \right) \cdot \frac{1}{e}$$

$$M = 32.4 \cdot 10^3$$

C1 0.40 Рассмотрим импульс, регистрируемый осциллографом после попадания света на одну ячейку. Будем считать, что длительность импульса достаточно мала, чтобы пренебречь током, протекающим через сопротивление утечки R , но достаточно большое, чтобы лавинный процесс завершился, и все ключи K_i разомкнуты. В этом приближении можно заменить цепь на эквивалентную последовательную RLC цепь. Укажите ее параметры.

Ответ: Сопротивление r , индуктивность L и ёмкость C_{det}

C2 0.30 Оцените добротность полученной RLC цепи. Возникнут ли в этой цепи колебания?

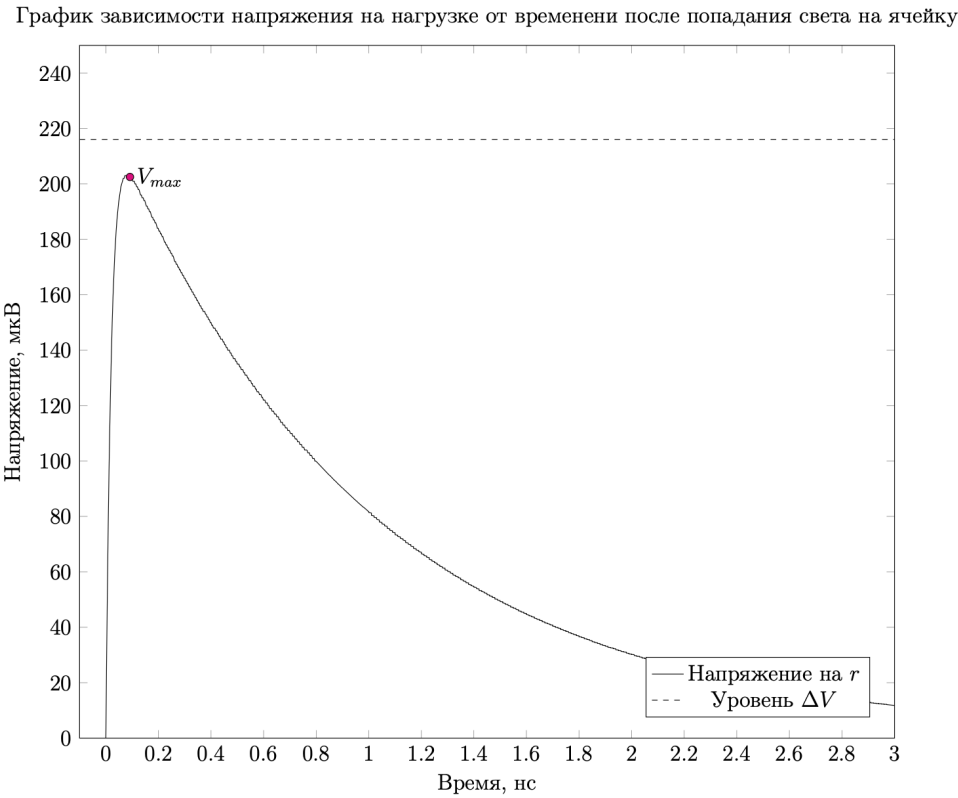
Ответ: Воспользуемся обычной формулой для добротности колебательного контура:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0.14$$

Полученное значение много меньше 1, значит, колебания в этой цепи не возникнут.

C3 0.30 Качественно изобразите график зависимости напряжения на нагрузке от времени после попадания света на одну из ячеек. Первоначально схема находилась в установившемся режиме. Характерные значения указывать не обязательно.

Ответ:



C4 ^{0.20} Сравните максимальное по модулю значение напряжения на нагрузке $|V_{max}|$ после попадания света на одну из ячеек и найденную ранее величину $|\Delta V|$. Какая из этих величин больше? Обведите в листе ответов правильное соотношение.

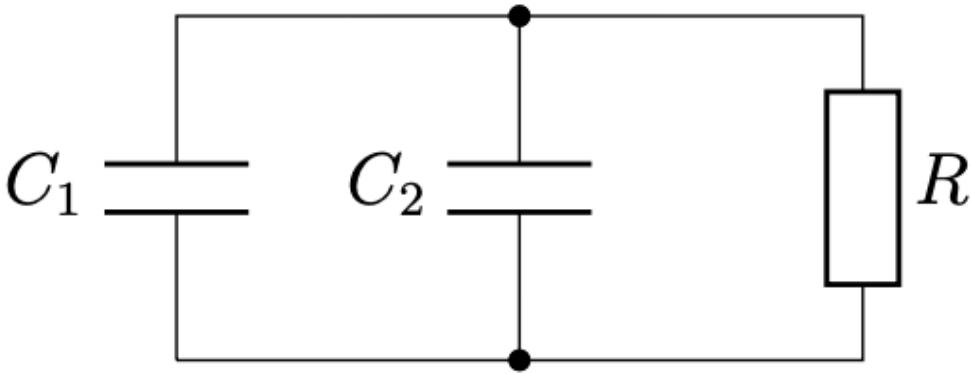
Напряжение на резисторе всегда будет меньше начального напряжения конденсатора.

Ответ:

$$|V_{max}| < |\Delta V|$$

D1 ^{1.00} Найдите приближенную зависимость напряжения на слое гашения ячейки от времени после попадания света на нее (в первоначальных условиях установившегося режима). Воспользуйтесь тем, что в условиях данной задачи $\Delta V \ll V_{ov}$, $R \gg r$. Считайте, что прошло достаточно много времени, и напряжение на внешней нагрузке практически равно нулю. Выразите ответ через V_{ov} , R , C_1 , C_2 , t .

В силу соотношений данных в условии напряжением на r и L можно пренебречь. То есть для процесса восстановления ячейка эквивалента RC-цепи.



Изначально напряжение на C_1 равно V_{ov} . Тогда зависимость от времени:

$$V_1 = V_{ov} \cdot e^{-\frac{t}{R(C_1 + C_2)}}$$

Ответ:

$$V_1 = V_{ov} \cdot e^{-\frac{t}{R(C_1 + C_2)}}$$

D2 ^{0.50} Найдите изменение напряжения ΔV на конденсаторе C_0 при попадании света на одну ($n = 1$) из *невосстановленных* ячеек, напряжение на слое гашения которой равнялось $V_1 < V_{ov}$. Считайте, что до попадания света на эту ячейку напряжение на всех ячейках и паразитной емкости соответствовало установившемуся режиму. Выразите ΔV через V_{ov} , V_1 , N , C_1 , C_2 , C_0 .

Ответ можно получить аналогично части А, но теперь изменение напряжения на C_2 будет $V_{ov} - V_1$ вместо просто V_{ov} .

Ответ:

$$\Delta V = -\frac{C_1(V_{ov} - V_1)}{C_1 + C_0 + (N - 1)\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

E1^{0.30} Пусть $p(t)$ — вероятность того, что в течение времени t ячейка не сработала ни разу. Найдите $p(t + dt)$, выразите ответ через $p(t)$, dt , T . Считайте, что $dt \ll T$.

Вероятность того, что ячейка не сработает за время dt равна $1 - \frac{dt}{T}$, поэтому:

$$p(t + dt) = p(t) \cdot \left(1 - \frac{dt}{T}\right)$$

Ответ:

$$p(t + dt) = p(t) \cdot \left(1 - \frac{dt}{T}\right)$$

E2^{0.20} Найдите вероятность того, ячейка не сработает ни разу в течение времени t . Ответ выразите через t , T .

Воспользуемся результатом прошлого пункта.

$$dp = -p \cdot \frac{dt}{T}$$
$$\frac{dp}{p} = -\frac{dt}{T}$$

Используя $p(0) = 1$, получим:

Ответ:

$$p(t) = e^{-\frac{t}{T}}$$

E3^{0.20} Пусть ячейка сработала в момент времени $t = 0$. Найдите вероятность того, что в следующий раз она сработает в интервал времен от t до $t + dt$.

Искомое выражение - произведение вероятности того, что ячейка не сработает за время t , и вероятности срабатывания за dt .

Ответ:

$$p(t, t + dt) = e^{-\frac{t}{T}} \cdot \frac{dt}{T}$$

E4^{0.40} Найдите среднюю амплитуду импульсов фотоответа μ . Считайте, что разные ячейки создают импульсы независимо друг от друга.

Из определения среднего:

$$\mu = \int_0^{+\infty} V(t) \cdot p(t) \cdot \frac{dt}{T} = \int_0^{+\infty} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot \frac{dt}{T} = \int_0^1 \left(1 - x^{\frac{T}{\tau}}\right) dx$$

Где $x = e^{-\frac{t}{T}}$.

$$\mu = 1 - \frac{1}{\frac{T}{\tau} + 1} = \frac{T}{T + \tau}$$

Ответ:

$$\mu = \frac{T}{T + \tau}$$

E5^{0.60}

Найдите среднеквадратичное отклонение амплитуды импульсов фотоответа σ . Ответ выразите через τ , T .

Указание: среднеквадратичное отклонение можно вычислить по формуле $\sigma = \sqrt{\mu(V^2) - \mu^2(V)}$, где $\mu(V^2)$ — среднее значение квадрата амплитуды, $\mu^2(V)$ — квадрат среднего значения амплитуды.

$\mu(V)$ нашли в прошлом пункте, аналогично найдём $\mu(V^2)$:

$$\mu(V^2) = \int_0^1 \left(1 - x^{\frac{T}{\tau}}\right)^2 dx = 1 - \frac{2}{\frac{T}{\tau} + 1} + \frac{1}{\frac{2T}{\tau} + 1}$$
$$\mu(V^2) - \mu(V)^2 = \frac{1}{\frac{2T}{\tau} + 1} - \frac{1}{\left(\frac{T}{\tau} + 1\right)^2} = \frac{\frac{T^2}{\tau^2}}{\left(\frac{T}{\tau} + 1\right)^2 \left(\frac{2T}{\tau} + 1\right)} = \left(\frac{T}{T + \tau}\right)^2 \cdot \frac{\tau}{2T + \tau}$$
$$\sigma = \frac{T}{T + \tau} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{2T + \tau}}$$

Ответ:

$$\sigma = \frac{T}{T + \tau} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{2T + \tau}}$$

E6^{0.30}

Найдите SNR амплитуд импульсов фотоответа под воздействием равномерной фоновой засветки в случаях:

- $\tau = 0$;
- $\tau \gg T$;
- $\tau = T$.

$$SNR = \sqrt{\frac{2T + \tau}{\tau}}$$

Ответ:

$$SNR(\tau = 0) = \infty$$
$$SNR(\tau \gg T) = 1$$
$$SNR(\tau = T) = \sqrt{3}$$