

Road to IPhO

Просветление оптики

Просветление оптики – технология обработки поверхности линз, призм и других оптических деталей для снижения отражения света от оптических поверхностей, граничащих с воздухом. Это позволяет увеличить светопропускание оптической системы и повысить контрастность изображения за счёт снижения мешающих паразитных отражений в оптической системе.

Большинство применяемых оптических систем, например, объективы фотоаппаратов и видеокамер, состоят из многих линз, и отражение от каждой поверхности раздела стекла с воздухом уменьшает проходящий полезный световой поток. Без применения методов просветления падение интенсивности проходящего света в многлинзовой системе может достигать нескольких десятков процентов. Поэтому во всех современных объективах используется просветлённая оптика.

Данная задача посвящена теоретическим основам просветления оптики.

Часть А. Формулы Френеля (3.2 балла)

Пусть из среды 1 на границу раздела сред 1 и 2 под углом θ в направлении к нормали падает плоская электромагнитная волна с волновым вектором $\vec{k}$ и напряжённостью электрического поля $\vec{E}_0$. Показатели преломления сред 1 и 2 равны n_1 и n_2 соответственно.

При попадании на границу раздела сред электромагнитная волна частично отражается от среды 2 и частично в неё проходит. Во всей задаче индекс r соответствует отражённой волне, а индекс t – волне, прошедшей в среду 2, поэтому напряжённости электрического поля в отражённой и прошедшей волнах обозначены за $\vec{E}_r$ и $\vec{E}_t$ соответственно, волновые векторы отражённой и прошедшей волн обозначены за $\vec{k}_r$ и $\vec{k}_t$ соответственно, а углы отражения и преломления обозначены за θ_r и θ_t соответственно.

Электромагнитную волну можно представить в виде суперпозиции двух: s -поляризованной и p -поляризованной. В случае s -поляризованной волны направления векторов напряжённости электрического поля перпендикулярны плоскости, содержащей вектор нормали к поверхности и волновой вектор падающей волны. В случае же p -поляризованной волны направления векторов напряжённости электрического поля лежат в плоскости, содержащей вектор нормали к поверхности и волновой вектор падающей волны.

Положительные направления векторов $\vec{E}_0$, $\vec{E}_r$ и $\vec{E}_t$ в точке O , соответствующих падающей, отражённой и прошедшей волнам соответственно, показаны на рис.1. для s -поляризованной волны и на рис. 2. для p -поляризованной волны.

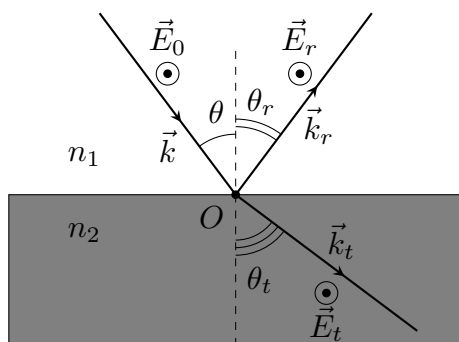


Рис.1. s – поляризация

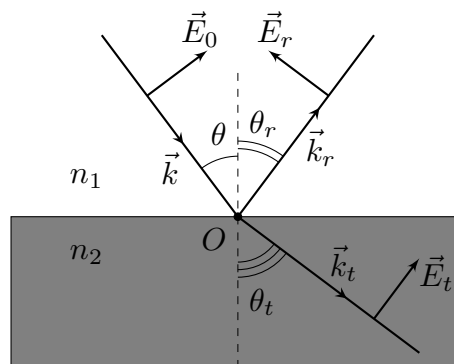


Рис.2. p – поляризация

В рамках задачи все среды считайте немагнитными ($\mu \approx 1$), а все волны – монохроматическими. Также считайте, что на границе раздела сред отсутствуют сторонние токи и свободные заряды.

Для описания напряжённостей электрических полей перейдём к комплексным амплитудам. Далее все направления напряжённостей электрических полей примите за те, что показаны на рисунке, и записывайте величины напряжённостей электрических полей в следующей форме:

$$E_{\text{пад}} = \text{Re} \left(E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \right) \quad E_{\text{отр}} = \text{Re} \left(E_r e^{i(\omega t - \vec{k}_r \vec{r})} \right) \quad E_{\text{прош}} = \text{Re} \left(E_t e^{i(\omega t - \vec{k}_t \vec{r})} \right).$$

Здесь E_0 , E_r и E_t – комплексные амплитуды напряжённостей электрических полей падающей, отражённой и прошедшей волн соответственно в точке O , от которой отсчитывается радиус-вектор $\vec{r}$.

Road to IPhO

Введём также комплексные коэффициенты отражения и прохождения по амплитуде r и t соответственно. Они определяются следующими выражениями:

$$r = \frac{E_r}{E_0} \quad t = \frac{E_t}{E_0}.$$

- A1** Пусть в веществе с показателем преломления n распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой колебаний E напряжённости электрического поля. Выразите амплитуду колебаний напряжённости H магнитного поля в этой волне через E , n , а также магнитную и электрическую постоянные μ_0 и ϵ_0 соответственно. **0.3**

Вернёмся к рассмотрению отражённых и прошедших через границу раздела сред 1 и 2 волн.

- A2** Какие 4 граничных условия на электрическое и магнитное поля выполняются на границе раздела сред? Запишите их в листы ответов в удобной вам форме. **0.4**

- A3** Все граничные условия, выполняющиеся на границе раздела двух сред, должны быть выполнены в каждой её точке в произвольный момент времени. Исходя из этого докажите следующие равенства: **0.4**

$$\omega_r = \omega_t = \omega \quad \theta_r = \theta \quad n_2 \sin \theta_t = n_1 \sin \theta.$$

- A4** Получите выражение для комплексных коэффициентов отражения и прохождения r_s и t_s соответственно в случае s -поляризованной волны. Ответы выразите через n_1 , n_2 , θ и θ_t . Выражения для r_s и t_s называются формулами Френеля для s -поляризованной волны. **0.5**

- A5** Получите выражение для коэффициентов r_p и t_p в случае p -поляризованной волны. Ответы выразите через n_1 , n_2 , θ и θ_t . Выражения для r_p и t_p называются формулами Френеля для p -поляризованной волны. **0.5**

Пусть величина θ превышает угол θ_{crit} , соответствующий углу полного внутреннего отражения (далее – ПВО). В этом случае величина угла θ_t является комплексной, при этом формулы Френеля сохраняют свою форму.

Существует два угла θ_t , удовлетворяющих условию $n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta_t$, однако он может быть однозначно выбран с учётом того, что амплитуда прошедшей волны затухает с удалением от границы раздела сред.

- A6** Определите величину $\cos \theta_t$. Ответ выразите через n_1 , n_2 и θ . **0.3**

- A7** Выражения для r_s и r_p можно представить в следующем виде: **0.4**

$$r_s = A_s e^{i\delta_p} \quad r_p = A_p e^{i\delta_p}.$$

Определите A_s , A_p , δ_s и δ_p . Ответы выразите через n_1 , n_2 и θ .

Пусть $\delta = \delta_p - \delta_s$.

- A8** Определите δ . Ответ выразите в виде одной обратной тригонометрической функции через θ и $n_{21} = n_2/n_1$. **0.4**

Часть В. Ромбы Френеля и Муни (1.5 балла)

Для получения из линейной поляризации круговой в поляризационных устройствах используются так называемые четвертьволновые пластинки. Как правило, данные пластинки выполнены из кварца и их действие основано на эффекте двулучепреломления. Однако такие пластинки могут быть использованы лишь в узком диапазоне длин волн.

Аналоги четвертьволновых пластинок могут быть устройства, основанные на эффекте ПВО. Данные устройства позволяют изучать куда более широкий спектр длин волн, и поэтому нашли широкое практическое применение. В данной части задачи вам предлагается ознакомиться с двумя видами таких устройств.

Road to IPhO

Одним из устройств, основанных на эффекте ПВО, является ромб Френеля, сечение которого представляет собой параллелограмм (см. рис. 3).

На грань AB ромба Френеля, перпендикулярную плоскости рисунка, падает линейно поляризованная электромагнитная волна, волновой вектор $\vec{k}$ которой перпендикулярен AB . Угол $\alpha = \angle BAD$ выбран таким образом, что волна испытывает два полных отражения от граней AD и BC ромба Френеля, за счёт чего между p и s поляризациями возникает сдвиг по фазе, равный $\pi/2$.

Пусть ромб Френеля находится в воздухе с показателем преломления, равным единице, и выполнен из материала с показателем преломления $n = 1.510$.

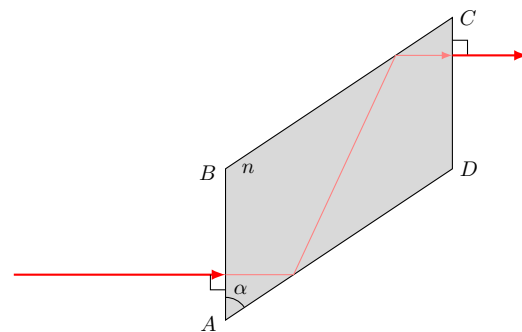


Рис. 3. Ромб Френеля

В1 При каких значениях острого угла α ромба Френеля электромагнитная волна будет испытывать полное отражение от граней ромба Френеля BC и AD ? Выразите ответ через n и рассчитайте его в градусах с точностью до четырёх значащих цифр. **0.1**

В2 При каких значениях угла $\alpha = \alpha'$ с помощью ромба Френеля можно получить круговую поляризацию из линейной? Выразите ответы через n и рассчитайте их в градусах с точностью до четырёх значащих цифр. **0.4**

В3 Пусть пучок света падает на ромб Френеля по всей площади грани AB . Угол $\alpha = \alpha'$. При каких значениях BC/AB ромб Френеля обращает весь пучок лучей (все лучи, попавшие в ромб Френеля через грань AB , испытывают два полных отражения)? Рассчитайте ответ с точностью до трёх значащих цифр. **0.3**

Другой разновидностью четвертьволновой пластинки является ромб Муни (см. рис. 4).

На грань AB ромба Муни, перпендикулярную плоскости рисунка, падает линейно поляризованная электромагнитная волна, волновой вектор $\vec{k}$ которой перпендикулярен AB . Угол $\alpha = \angle ABC$ выбран таким образом, что волна испытывает два полных отражения от граней BC и CD ромба Муни, за счёт чего между p и s поляризациями возникает сдвиг по фазе, равный $\pi/2$.

Пусть ромб Муни находится в воздухе с показателем преломления, равным единице, и выполнен из материала с показателем преломления $n = 1.510$.

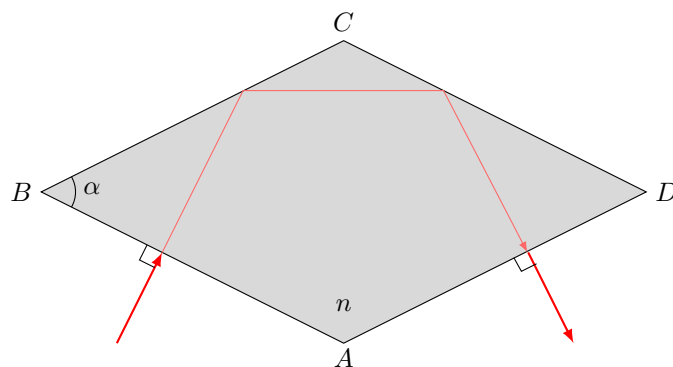


Рис. 4. Ромб Муни

В4 При каких значениях угла α ромба Муни электромагнитная волна будет испытывать полное отражение от граней ромба Френеля BC и CD ? Выразите ответ через n и рассчитайте его в градусах с точностью до четырёх значащих цифр. **0.1**

В5 При каких значениях угла $\alpha = \alpha'$ с помощью ромба Муни можно получить круговую поляризацию из линейной? Выразите ответы через n и рассчитайте их в градусах с точностью до четырёх значащих цифр. **0.3**

В6 Пусть угол $\alpha = \alpha'$. Определите максимально возможное значение γ отношения площади поперечного сечения пучка, падающего на грань AB , к площади грани AB , если ромб Муни обращает весь пучок лучей (все лучи, попавшие в ромб Муни через грань AB , испытывают два полных отражения). Рассчитайте ответ с точностью до трёх значащих цифр. **0.3**

Примечание: Во всех последующих пунктах считайте все углы падения такими, что электромагнитные волны не испытывают полного отражения на границе раздела сред.

Road to IPhO

Часть С. Просветляющее покрытие (3.6 балла)

Как вы могли убедиться в предыдущих частях задачи, амплитуда напряжённости электрического поля в отражённой волне является вполне сопоставимой с амплитудой напряжённости электрического поля в падающей волне. Это приводит к тому, что, например, стеклянные пластинки отбрасывают блики. Если стекло используется для изготовления очков, эффект бликов нежелателен, и оказывается, что его можно устранить, нанеся на поверхность линзы тонкий слой вещества из другого материала. Материал слоя и его толщина подбираются таким образом, чтобы суммарная амплитуда отражённой от поверхности линзы волны обращалась в ноль. Данная технология и называется **просветлением оптики**, а наносимый слой называют **просветляющим покрытием**. В данной части задачи вам предстоит определить возможные значения показателя преломления и толщины вещества, при которых суммарная амплитуда отражённой волны обращается в ноль.

Рассмотрим среды 1 и 2 с показателями преломления n_1 и n_2 соответственно, разделённые плоскопараллельной пластиной толщиной d с показателем преломления n .

Пусть из среды 1 на пластину падает плоская электромагнитная волна под углом θ к нормали. В результате многократных отражений и преломлений образуется суперпозиция из 5 электромагнитных волн, показанных на рис.5, которым соответствуют 5 волновых векторов.

Волновой вектор $\vec{k}_1$ соответствует электромагнитной волне, падающей на границу раздела сред с показателями преломления n_1 и n из среды 1, волновые векторы $\vec{k}_r$ и $\vec{k}_t$ соответствуют отражённой от пластины и прошедшей через неё электромагнитным волнам, а волновые векторы $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ соответствуют электромагнитным волнам, распространяющимся в пластине.

Радиус-вектор $\vec{r}$ каждой из пяти рассматриваемых волн отсчитывается от точки O , принадлежащей границе раздела сред с показателями преломления n_1 и n (см. форму представления напряжённостей электрических полей в части А). Обозначим соответствующие волновым векторам $\vec{k}_1, \vec{k}, \vec{k}', \vec{k}_r$ и $\vec{k}_t$ комплексные амплитуды напряжённостей электрических полей в точке O за E_1, E, E', E_r и E_t .

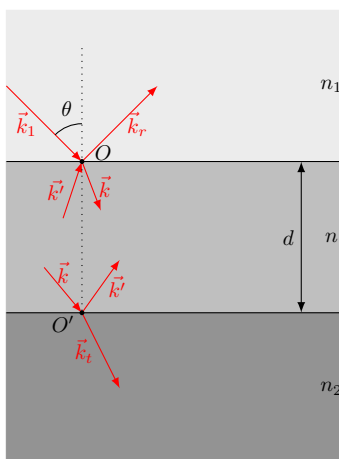


Рис. 5. Суперпозиция волн

Введём следующие обозначения:

- r_1 – коэффициент отражения волны с волновым вектором $\vec{k}_1$ от границы раздела сред с показателями преломления n_1 и n ;
- t_1 – коэффициент прохождения волны с волновым вектором $\vec{k}_1$ через границу раздела сред с показателями преломления n_1 и n ;
- r_2 – коэффициент отражения волны с волновым вектором $\vec{k}$ от границы раздела сред с показателями преломления n_2 и n ;
- t_2 – коэффициент прохождения волны с волновым вектором $\vec{k}$ через границу раздела сред с показателями преломления n_2 и n ;
- r'_1 – коэффициент отражения волны с волновым вектором $\vec{k}'$ от границы раздела сред с показателями преломления n_1 и n ;
- t'_1 – коэффициент прохождения волны с волновым вектором $\vec{k}'$ через границу раздела сред с показателями преломления n_1 и n .

Road to IPhO

C1 Покажите справедливость следующих соотношений:

0.3

$$r'_1 = -r_1 \quad 1 - r_1^2 = t_1 t'_1.$$

Рассмотрим точку O границы раздела сред с показателями преломления n и n_1 . На ней сходятся электромагнитные волны с напряжённостями электрических полей $\vec{k}_1$ и $\vec{k}'$, а расходятся электромагнитные волны с напряжённостями полей $\vec{k}_r$ и $\vec{k}$ (см. рис. 5).

При этом каждая из расходящихся волн может быть представлена в виде суперпозиции прошедшей и отражённой сходящихся волн.

C2 Выразите E_r и E через E_1 , E' , r_1 , r'_1 , t_1 и t'_1 .

0.6

Теперь рассмотрим точку O' границы раздела сред с показателями преломлений n_2 и n . Отрезок OO' перпендикулярен обоим границам раздела сред.

К границе сходится волна с волновым вектором $\vec{k}$, а расходятся волны с волновыми векторами $\vec{k}_t$ и $\vec{k}'$ (см. рис. 5).

C3 Рассуждая аналогично пункту **C2**, выразите E' и E_t через E , r_2 и t'_2 , n_1 , n_2 , n , k , d и θ . Учтите, что комплексные амплитуды электрических полей в точке O' сдвинуты по фазе относительно соответствующих комплексных амплитуд в точке O .

0.6

C4 Используя результаты пунктов **C1–C3**, определите коэффициент отражения $r = E_r/E_1$. Ответ выразите через r_1 , r_2 , n_1 , n , k , d и θ .

0.6

Далее рассмотрим случай только нормального падения, для которого s и p поляризации являются фактически эквивалентными друг другу. Как правило, показатель преломления n и толщина d просветляющего покрытия определяются для случая нормального падения.

Пусть длина волны света, падающего на границу раздела сред с показателями преломления n_1 и n из среды 1, равна λ_1 .

C5 При каком значении толщины пластины d возможно обращение коэффициента отражения в ноль? Ответ выразите через λ_1 , n_1 и n .

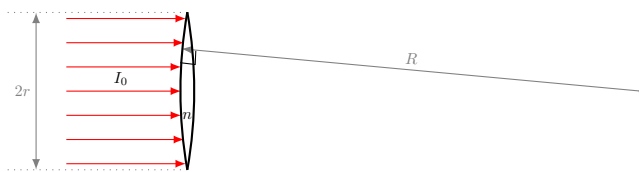
0.7

C6 При каких значениях показателя преломления пластины n возможно обращение коэффициента отражения в ноль? Ответ выразите через n_1 и n_2 .

0.8

Часть D. Оптический пинцет (1.7 балла)

Рассмотрим двояковыпуклую линзу, выполненную из вещества с показателем преломления n и находящуюся в воздухе. Радиус кривизны каждой из поверхностей линзы равен R , а радиус линзы $r \ll R$. На линзу параллельно её главной оптической оси падает параллельный пучок света интенсивностью I_0 . Скорость света в вакууме равна c .



Как правило, равенство амплитуд освещённости светового поля перед линзой и сразу за ней подразумевается как само собой разумеющееся, однако это совершенно не так. Для равенства нулю светового поля отражённой волны, отражённой от сферической поверхности, линза с обеих сторон покрывается просветляющим покрытием. Толщиной просветляющего покрытия можно пренебречь по сравнению с толщиной линзы.

D1 Чему равен показатель преломления n' просветляющего покрытия? Ответ выразите через n .

0.2

D2 Чему равно фокусное расстояние линзы f ? Ответ выразите через R и n .

0.5

D3 Определите силу F , действующую на линзу. Ответ выразите через I_0 , r , R , n и c .

1.0