



Введение

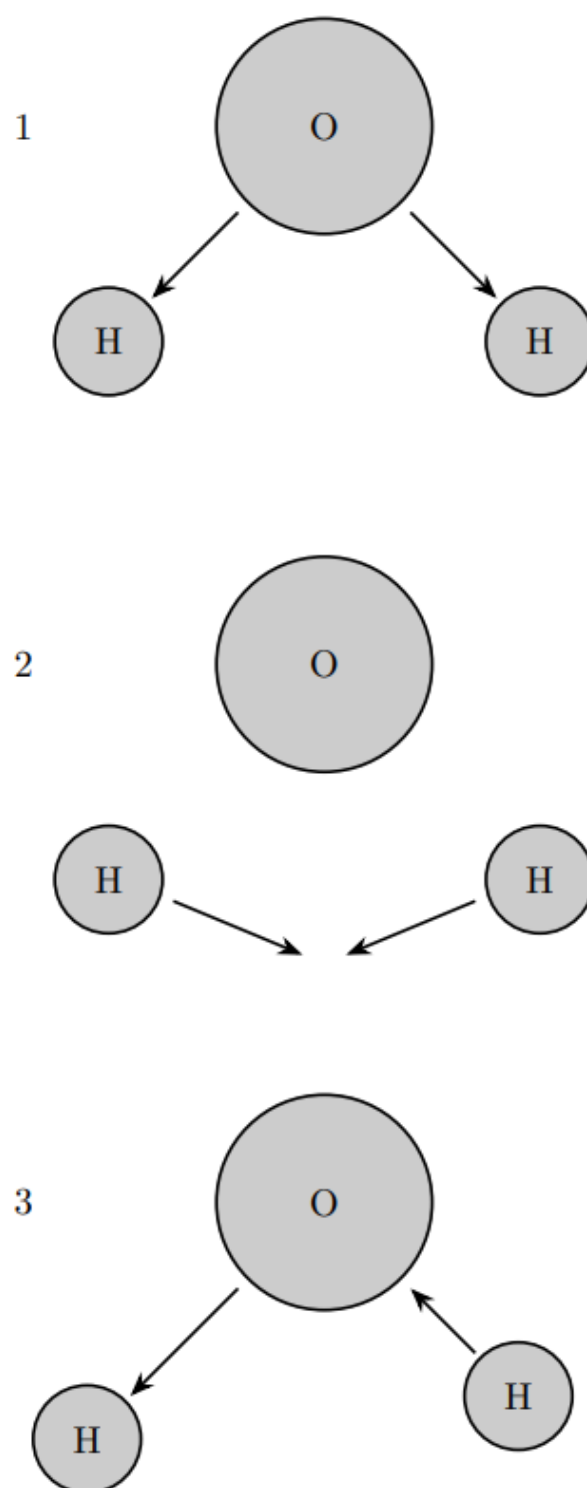
Если вы хотя бы раз ходили купаться на реку, то скорее всего замечали интересные оптические свойства «реальной» воды. Речь идёт преимущественно о процессах рассеяния и поглощения на самой воде и структурах внутри неё (частицах, пузырьках и т.д.) [см. рис. 1].



Эти явления могут сказать опытному исследователю многое о свойствах и характеристиках воды в том или ином водоёме, поэтому методы решения задач рассеяния и поглощения представляют в том числе и прикладной интерес. Этому и будет посвящена данная задача.

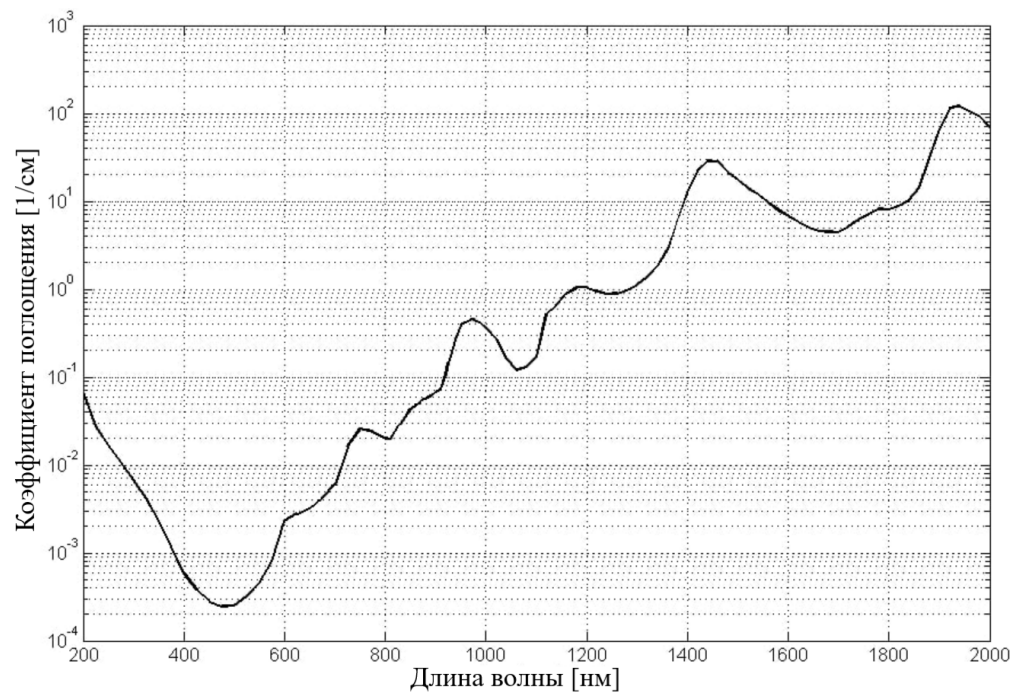
Часть А. Молекула воды и коэффициент поглощения (3.5 балла)

Молекула воды (H_2O) состоит из двух атомов водорода и одного атома кислорода, образующих равнобедренный треугольник. Как и любая механическая система, молекула воды может испытывать колебания относительно положения равновесия. Все три возможных моды колебаний молекулы воды показаны на рис. 2.



Когда частота распространяющейся в воде электромагнитной волны оказывается примерно кратной одной из собственных частот колебаний молекулы, эти колебания возбуждаются в молекулах воды с очень большой амплитудой, «забирая» энергию волны и в дальнейшем переизлучая её во все стороны. Это приводит к тому, что показатель поглощения имеет локальные максимумы при этих частотах [см. рис. 3].

Примечание: Показатель поглощения определяет расстояние, по прохождении которого интенсивность луча падает в e раз. Размерность $[\kappa] = \text{м}^{-1}$.



Поскольку масса атома кислорода намного больше массы атома водорода, его можно считать практически неподвижным. Более того, атомы водорода взаимодействуют друг с другом заметно слабее, чем с атомом кислорода.

По результатам экспериментальных исследований частоты двух мод колебаний практически совпадают, а частота третьей моды оказывается с хорошей точностью в два раза меньше других двух.

- A1^{0.30}

Укажите, какая из мод имеет наименьшую собственную частоту. Обоснуйте свой ответ.
- A2^{0.90}

Найдите длины волн λ и частоты ν , соответствующих локальным максимумам коэффициента поглощения.

Ясно, что все частоты, соответствующие локальным максимумам, должны быть кратны некоторой основной частоте ν_0 . Чтобы найти основную частоту, необходимо «уложить» эти точки на прямую, т.е. подобрать кратности частот так, чтобы получить линейную зависимость.

Чтобы это сделать, необходимо разработать критерий «попадания на прямую». Обычно в качестве критерия принимается попадание на прямую с учётом креста погрешности. В качестве погрешности возьмём **полуширину на половинной высоте** – минимальное отклонение частоты, при котором показатель поглощения падает в 2 раза.

- A3^{1.20}

Найдите полуширину $\Delta\nu$ локальных максимумов коэффициента поглощения.
- A4^{1.20}

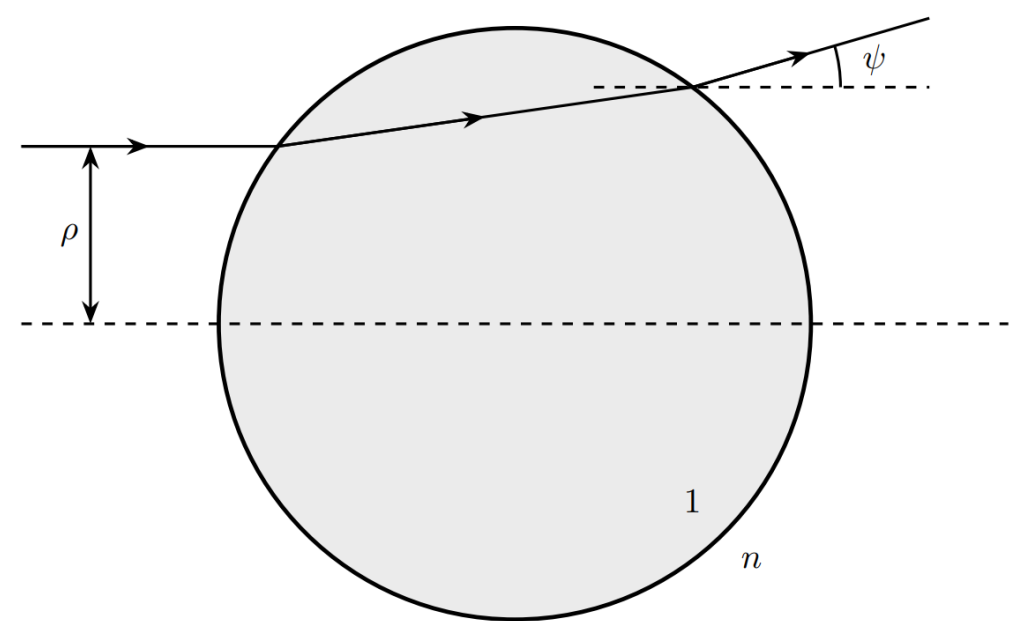
На основе полученных результатов определите кратность частот, соответствующих локальным максимумам, а также найдите основную резонансную частоту ν_0 колебаний молекулы воды. Графически определите погрешность ν_0 .

Часть В. Рассеяние на пузырьках (6.5 баллов)

В «реальной» воде происходит не только поглощение, но и рассеяние света. В этой задаче рассмотрим рассеяние на пузырьках воздуха. Пример показан на рис. 4.



Для простоты рассматриваем рассеяние на одиночном пузырьке [см. рис. 5]. Введём относительный прицельный параметр ρ как отношение прицельного параметра к радиусу пузырька, угол отклонения обозначим ψ . Показатель преломления внутри пузырька равен 1, снаружи – n .



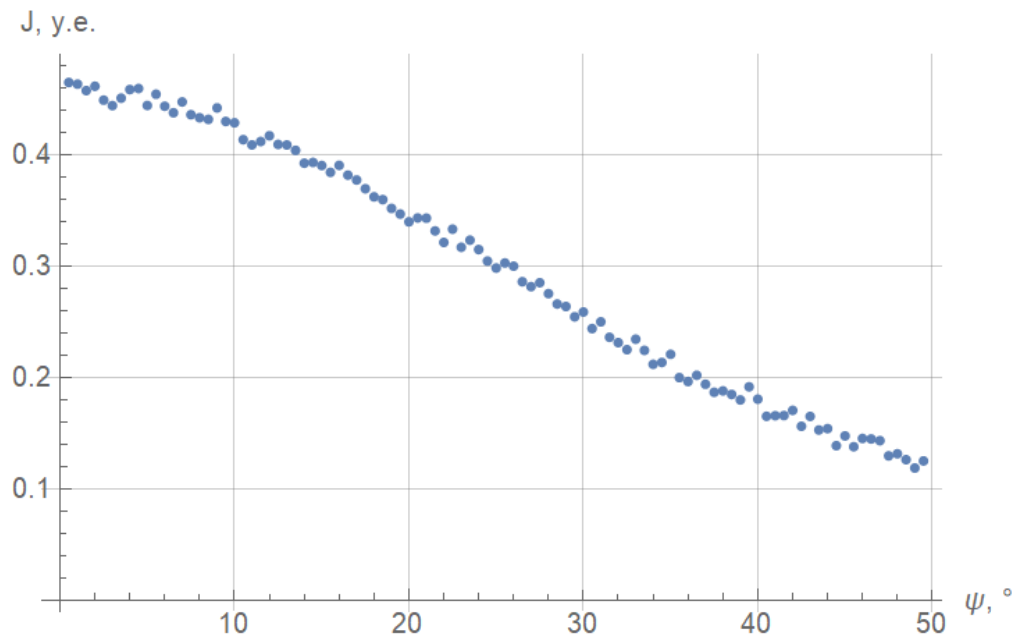
Тогда угол отклонения запишется в виде

$$\psi = 2 \left[\arcsin n \rho - \arcsin \rho \right],$$

а интенсивность рассеянного излучения -- как

$$\mathcal{I}(\psi) \equiv \frac{\rho \, \mathrm{d}\rho}{\sin \psi \, \mathrm{d}\psi}.$$

На рис. 6 приведён график зависимости $\mathcal{I}(\psi)$, полученный экспериментально.



Честное решение обратной задачи (определение показателя преломления жидкости n по распределению $\mathcal{I}(\psi)$) возможно, но довольно проблематично. В качестве компромисса предлагается рассмотреть асимптотическое поведение кривой $\mathcal{I}(\psi)$ в «удобном» приближении.

B1 1.50 Получите приближённое выражение для $\mathcal{I}(\psi)$, считая углы ψ малыми.

В таблице в листе ответов приведены экспериментальные точки для $\mathcal{I}(\psi)$. $\mathcal{I}$ приведено в условных единицах.

$\psi, \, ^\circ$	$\mathcal{I}, \, \text{y. e.}$	$\psi, \, ^\circ$	$\mathcal{I}, \, \text{y. e.}$
0.5	0.465	5.5	0.455
1.0	0.464	6.0	0.444
1.5	0.458	6.5	0.438
2.0	0.462	7.0	0.448
2.5	0.449	7.5	0.436
3.0	0.444	8.0	0.434
3.5	0.451	8.5	0.432
4.0	0.459	9.0	0.442
4.5	0.460	9.5	0.430
5.0	0.445	10.0	0.429

$\psi, \, ^\circ$	$\mathcal{I}, \, \text{y. e.}$	$\psi, \, ^\circ$	$\mathcal{I}, \, \text{y. e.}$
10.5	0.414	15.5	0.384
11.0	0.409	16.0	0.391
11.5	0.412	16.5	0.382
12.0	0.417	17.0	0.378
12.5	0.410	17.5	0.370
13.0	0.409	18.0	0.362
13.5	0.404	18.5	0.360
14.0	0.393	19.0	0.352
14.5	0.393	19.5	0.347
15.0	0.391	20.0	0.340

$\psi, ^\circ$	$\mathcal{J}, \text{ y.e.}$	$\psi, ^\circ$	$\mathcal{J}, \text{ y.e.}$
20.5	0.343	25.5	0.303
21.0	0.343	26.0	0.300
21.5	0.332	26.5	0.286
22.0	0.321	27.0	0.282
22.5	0.333	27.5	0.285
23.0	0.317	28.0	0.275
23.5	0.324	28.5	0.266
24.0	0.315	29.0	0.264
24.5	0.305	29.5	0.255
25.0	0.299	30.0	0.259
$\psi, ^\circ$	$\mathcal{J}, \text{ y.e.}$	$\psi, ^\circ$	$\mathcal{J}, \text{ y.e.}$
30.5	0.244	35.5	0.200
31.0	0.250	36.0	0.197
31.5	0.236	36.5	0.202
32.0	0.231	37.0	0.194
32.5	0.225	37.5	0.187
33.0	0.235	38.0	0.188
33.5	0.225	38.5	0.185
34.0	0.212	39.0	0.180
34.5	0.214	39.5	0.192
35.0	0.221	40.0	0.181
$\psi, ^\circ$	$\mathcal{J}, \text{ y.e.}$	$\psi, ^\circ$	$\mathcal{J}, \text{ y.e.}$
40.5	0.165	45.5	0.138
41.0	0.166	46.0	0.145
41.5	0.166	46.5	0.145
42.0	0.171	47.0	0.143
42.5	0.156	47.5	0.130
43.0	0.165	48.0	0.132
43.5	0.153	48.5	0.126
44.0	0.154	49.0	0.119
44.5	0.139	49.5	0.125
45.0	0.148	—	—

B2^{5.00} Линеаризуйте полученную зависимость и найдите показатель преломления жидкости n .

Указание: Не обязательно использовать все точки, чтобы получить **хороший** результат.

