

A1 0.15 Определите частоту f , при которой амплитуда напряжения на приёмнике A_{out} максимальна.

Подадим напряжение с генератора на передатчик. С помощью тройника BNC подключим к генератору также первый канал осциллографа. Это нужно не только для того, чтобы контролировать амплитуду напряжения на передатчике, но и для того, чтобы задать уровень триггера осциллографа по устойчивому сигналу с первого канала.

Меняя частоту генератора и анализируя сигнал на микрофоне, находим f .

Ответ:

$$f = (40.4 \pm 0.1) \text{ кГц}$$

A2 0.70 Придумайте и опишите метод, позволяющий определить длину волны на найденной ранее частоте. Используя его, определите длину волны λ .

Исследуем сдвиг фаз между передатчиком и приёмником. Будем измерять координаты точек относительно начального положения приёмника, в которых сдвиг фаз относительно начального положения составляет $2\pi m$.

m	0	4	8	12	16	20	24
$x, \text{ см}$	3.3	6.6	10.2	13.1	16.7	20.2	24.0

Усредняя методом наименьших квадратов, получим λ .

Ответ:

$$\lambda = (0.86 \pm 0.02) \text{ см}$$

A3 0.25 По результатам предыдущих измерений определите скорость звука $v_{зв}$ в воздухе. Сравните найденное значение с теоретическим.

Примечание. Считайте распространение звука адиабатическим процессом. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$.

Получим скорость звука по формуле $v_{зв} = \lambda f$.

Ответ:

$$v_{зв} = (347 \pm 8) \text{ м/с}$$

Используем формулу для адиабатического распространения звука:

$$v_{зв}^{th} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}.$$

Для воздуха $\gamma = 7/5$, температуру в комнате оценим как $T \approx 300 \text{ К}$. Тогда получаем

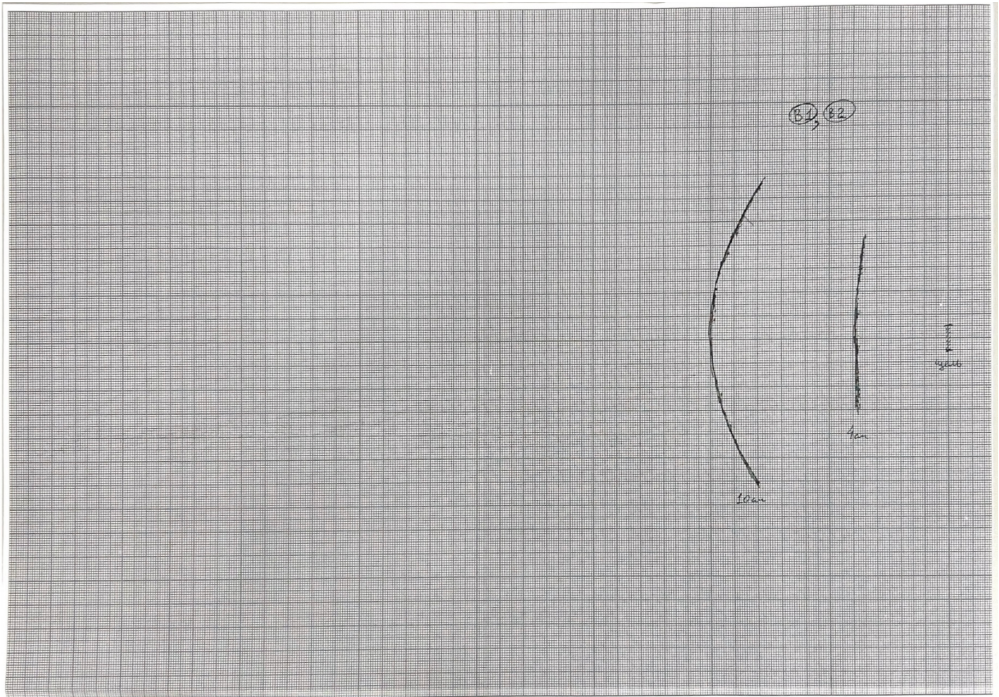
$$v_{зв}^{th} \approx 347 \text{ м/с},$$

что совпадает со значением, найденным экспериментально.

B1 0.70 В горизонтальной плоскости, содержащей приёмник, экспериментально определите точки волнового фронта, содержащего начальное положение приёмника. Отметьте их на миллиметровке и проведите сглаживающую кривую.

Установим пластину в подставке. Передатчик и приёмник установим на высоте центра пластины, поставив их на подъёмные столики и закрепив малярным скотчем. Будем перемещать приёмник, находя и отмечая на миллиметровке точки, в которых фаза волны совпадает с фазой в начальном положении.

Ответ:



B2 0.50
 Повторите предыдущий пункт для начального расстояния между прорезью и приёмником 10 см.

См. предыдущий пункт.

B3 0.20
 Сделайте вывод: на каком из использованных расстояний прорезь можно с лучшей точностью считать точечным источником волн?

Ясно, что рисунок, полученный для расстояния 10 см более похож на фронт точечного истончика, так как с хорошей точностью описывается дугой окружности.

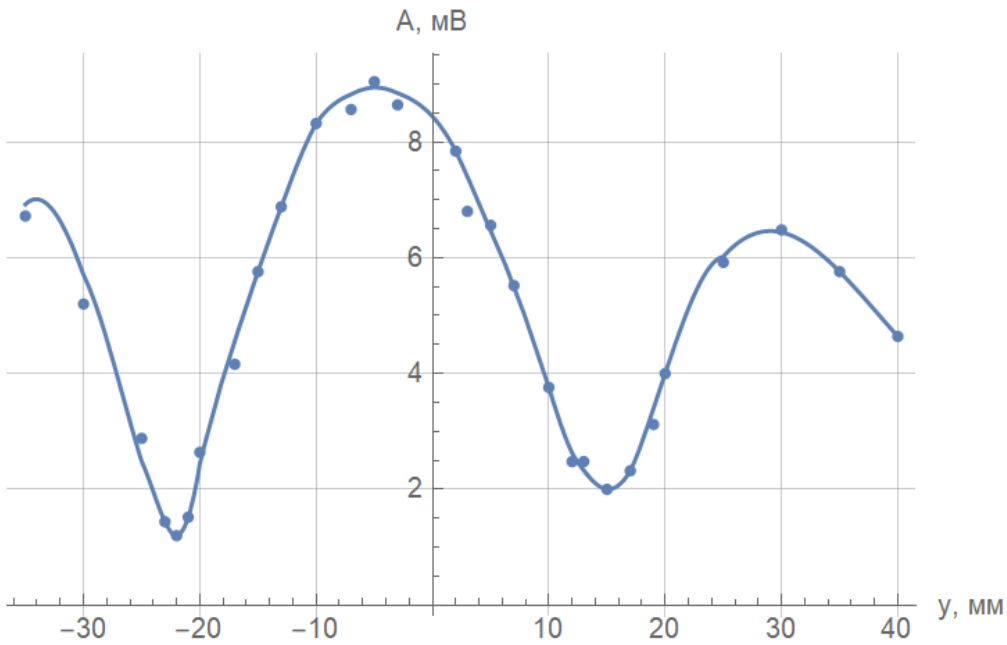
Ответ:

10 см

B4 1.30
 Снимите зависимость $A(y)$ амплитуды сигнала на приёмнике от расстояния между приёмником и ГО (не менее 25 точек). Постройте её график.
 Примечание. Вы должны обнаружить не менее одного минимума сигнала.

Выберем расстояния от пластины до приёмника 10 см. Проведём измерения $A(y)$. По результатам построим график.

y , мм	A , мВ	y , мм	A , мВ
-35	6.72	2	7.84
-30	5.20	3	6.80
-25	2.88	5	6.56
-23	1.44	7	5.52
-22	1.20	10	3.76
-21	1.52	12	2.48
-20	2.64	13	2.48
-17	4.16	15	2.00
-15	5.76	17	2.32
-13	6.88	19	3.10
-10	8.32	20	4.00
-7	8.56	25	5.92
-5	9.04	30	6.48
-3	8.64	35	5.76



B5^{0.60} Используя результаты пункта B4, рассчитайте длину волны λ . Приведите все теоретические выкладки, используемые в расчётах. Сравните полученное значение с найденным в части A.

Рассчитаем теоретически положения минимумов снятой зависимости. Выразим разность хода для двух лучей, приходящих из разных щелей в приёмник, находящийся в координате y . Обозначим расстояние между пластиной и приёмником L , расстояние между щелями — d . Тогда пути лучей равны

$$l_1 = \sqrt{L^2 + (d/2 + y)^2}, \quad l_2 = \sqrt{L^2 + (d/2 - y)^2}.$$

Условие минимума амплитуды:

$$l_1 - l_2 = \frac{\lambda}{2}.$$

Тогда длина волны может быть выражена через координату первого минимума y_0 следующим образом (y_0 считаем положительным):

$$\lambda = 2 \left(\sqrt{L^2 + (d/2 + y_0)^2} - \sqrt{L^2 + (d/2 - y_0)^2} \right).$$

Примечание. Также возможно использование использования приближения $d, y \ll L$:

$$l_1 \approx L + \frac{(d/2 + y)^2}{2L}, \quad l_2 \approx L + \frac{(d/2 - y)^2}{2L}.$$

В этом случае формула упрощается до следующей:

$$\lambda = \frac{2yd}{L}.$$

Согласно графикам координаты первых минимумов интенсивности равны

$$y_1 = -(22 \pm 1) \text{ мм} \quad y_2 = (15 \pm 1) \text{ мм}$$

Заметим, что главный максимум интенсивности немного смещён относительно координаты $y = 0$, поэтому y_0 рассчитаем как

$$y_0 = \frac{y_2 - y_1}{2} = (18.5 \pm 0.8) \text{ мм}.$$

Линейкой измерим расстояние между щелями:

$$d = (3.0 \pm 0.1) \text{ см}.$$

Расстояние L измерим по миллиметровке:

$$L = (11.5 \pm 0.1) \text{ см}.$$

Подставив это значение в выражение для длины волны, получаем ответ. Ответ, полученный с использованием упрощённой формулы отличается от первого не более чем на 3%.

Ответ:

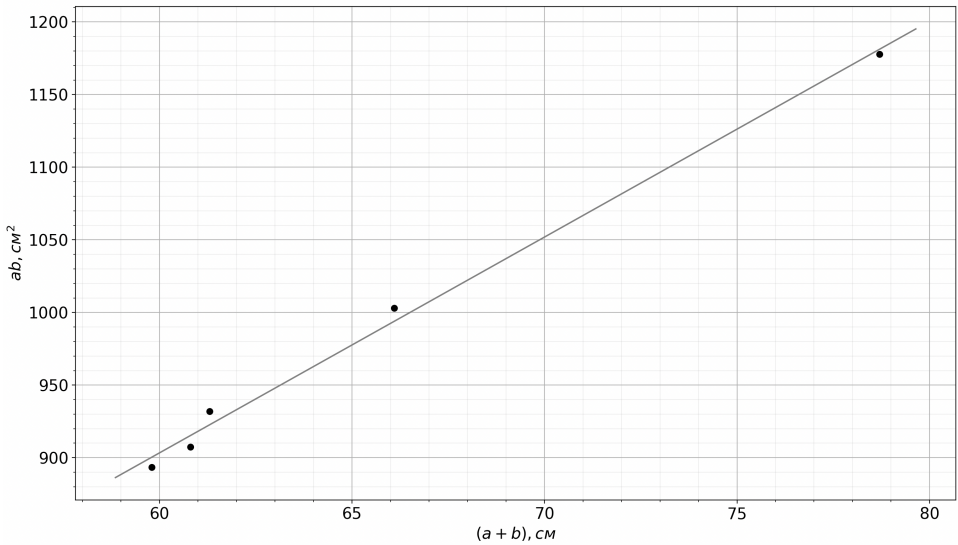
$$\lambda = (0.94 \pm 0.06) \text{ см}$$

В этом пункте значение λ оказалось больше, чем полученное в части A, но λ из части A точно согласуется с теоретическим значением скорости звука в воздухе, поэтому можно предположить, что метод определения длины волны по минимумам интенсивности является менее точным.

C1 ^{0.90} Снимите зависимость $b(a)$ не менее чем для 5 различных значений a . Постройте линеаризованный график зависимости и по нему определите f .

Установим пластину в подставку, передатчик и приёмник расположим на ГО. Изменяя положение передатчика, будем приёмником находить точку максимума интенсивности прошедшего через пластину излучения. После снятия точек построим график $ab(a + b)$. Согласно теории, он будет линейным с угловым коэффициентом, равным f .

$a, \text{ см}$	20.1	23.6	26.3	29.1	33.4
$b, \text{ см}$	58.6	42.5	34.5	30.7	27.9
$ab, \text{ см}^2$	1178	1003	907	893	932
$(a + b), \text{ см}$	78.7	66.1	60.8	59.8	61.3



По МНК определяем f .

Ответ:

$$f = (14.9 \pm 0.5) \text{ см}$$

Расчётное фокусное расстояние пластины составляет 15 см.

C2 ^{0.60} В горизонтальной плоскости, содержащей приёмник, экспериментально определите точки волнового фронта, содержащего начальное положение приёмника. Отметьте их на миллиметровке и проведите сглаживающую кривую.

Проводим измерения аналогично В1. Черным отмечен фронт волны с пластиной, красным — без пластины.

Ответ:



C3 ^{0.60} В горизонтальной плоскости, содержащей приёмник, экспериментально определите точки волнового фронта, содержащего начальное положение приёмника. Отметьте их на миллиметровке и проведите сглаживающую кривую.

См. предыдущий пункт.

C4 ^{0.20} Сделайте вывод: можно ли считать звуковой фронт, прошедший через пластину, плоским, а источник точечным? Обоснуйте свой ответ.

Из рисунка следует, что фронт с пластиной можно считать плоским, так как расстояние между проекциями любых двух точек фронта на горизонтальную плоскость не превышает λ .

Фронт источника без линзы имеет почти постоянную кривизну, поэтому его можно считать сферическим, а источник, соответственно, точечным.

D1 ^{0.40} Для описанной ситуации получите выражение для внешнего радиуса $r(m)$ m -ой зоны Френеля ($m = 1, 2, \dots$) в параксиальном приближении. Ответ выразите через m, a, b и λ .

Рассмотрим часть излучения, проходящего на расстоянии r от нормали, опущенной от источника на экран, через тонкое кольцо толщиной dr . В силу параксиального приближения будем считать $r \ll a, b$. Суммарный путь от передатчика к приёмнику для таких «лучей» составляет

$$l = \sqrt{a^2 + r^2} + \sqrt{b^2 + r^2} \approx a + b + \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right),$$

а относительный сдвиг фазы, соответственно,

$$\Delta\varphi = \pi \frac{r^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \beta \pi r^2.$$

Так как $r \ll a, b$, можно пренебречь отличием амплитуд сигналов, проходящих через разные кольца. Тогда суммарная комплексная амплитуда сигнала, пришедшего в приёмник из рассмотренного кольца, составляет

$$C \cdot 2\pi r dr e^{i\beta\pi r^2} = \frac{C\pi}{i\beta} \cdot d(e^{i\beta\pi r^2}),$$

где $C = \text{const.}$
Внешняя граница зоны Френеля с номером m соответствует суммарному сдвигу фаз на πm :

$$\beta\pi \cdot r(m)^2 = \pi m \quad \Rightarrow \quad r(m) = \sqrt{\frac{m}{\beta}}.$$

Подставив β , получаем ответ.

Ответ:

$$r(m) = \sqrt{\frac{m\lambda}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}$$

D2 ^{0.20} Покажите, что для пластины выполнено следующее соотношение:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

где f — параметр пластины, называемый фокусным расстоянием. Выразите f через $m, r(m), \lambda$.

Для пластины $r(m) = \text{const.}$, отсюда следует

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r^2(m)} = \frac{1}{f}.$$

Выразив f , получаем ответ.

Ответ:

$$f = \frac{r^2(m)}{m\lambda}$$

D3 ^{1.50} Для каждой из пластин снимите зависимость $b(a)$ не менее чем для 5 различных значений a . Постройте линеаризованные графики зависимости на одной миллиметровке и по ним определите f для каждой пластины.

Проведём измерения, аналогичные пункту **C1**. Фокусные расстояния красной, белой и синей пластины обозначим $f_{\text{к}}$, $f_{\text{б}}$ и $f_{\text{с}}$ соответственно.

Красная пластина:

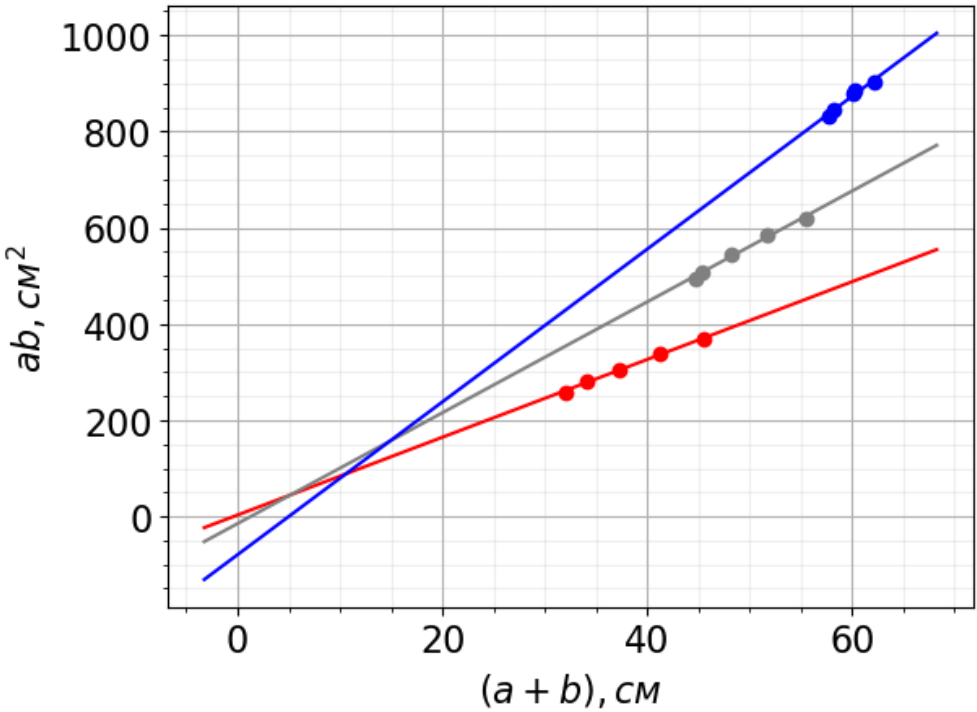
a , см	35	30	25	20	15
b , см	10.5	11.3	12.2	14.1	17.1
ab , см ²	368	339	305	282	257
$(a + b)$, см	45.5	41.3	37.2	34.1	32.0

Белая пластина:

$a, \text{ см}$	40	35	30	25	20
$b, \text{ см}$	15.5	16.7	18.2	20.3	24.7
$ab, \text{ см}^2$	620	585	546	508	494
$(a + b), \text{ см}$	55.5	51.7	48.2	45.3	44.7

Синяя пластина:

$a, \text{ см}$	35	30	28	25	23
$b, \text{ см}$	25.3	27.7	30.2	35.1	39.2
$ab, \text{ см}^2$	886	831	846	878	902
$(a + b), \text{ см}$	60.3	57.7	58.2	60.1	62.2



На приведенном графике красные точки соответствуют красной линзе, синие — синей, серые — белой.

По МНК получаем ответы.

Ответ:

$f_{\text{к}} = (8.2 \pm 0.3) \text{ см}$
 $f_{\text{б}} = (11.2 \pm 0.5) \text{ см}$
 $f_{\text{с}} = (14.6 \pm 0.7) \text{ см}$

D4^{0.80} Для каждой пластины напрямую измерьте $r(m)$ для всех m и на их основе рассчитайте f , используя результаты пункта D2. Какой метод определения f является более точным?
Примечание. Если вам потребуется строить в этом пункте несколько графиков, постройте их на одной миллиметровке.

Красная пластина:

m	$r(m), \text{ см}$	$r^2(m), \text{ см}^2$
1	2.30	5.3
2	3.25	10.6
3	4.15	17.2
4	4.75	22.6
5	5.55	30.8
6	6.05	36.6
7	6.70	44.9

8	7.30	53.3
9	7.80	60.8
10	8.25	68.1
11	8.80	77.4

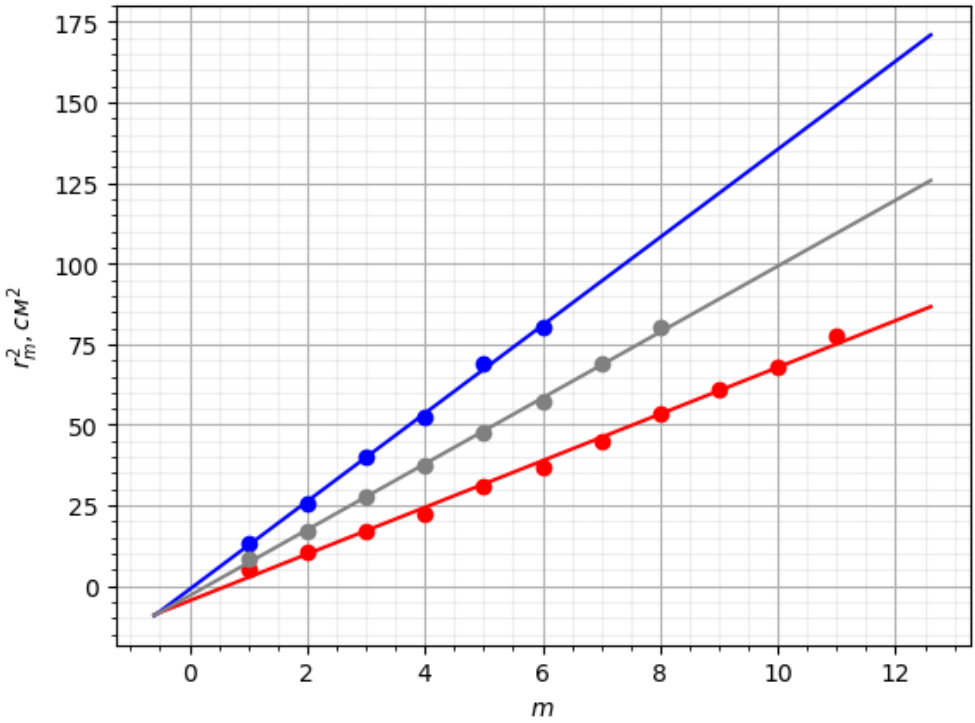
Синяя пластина:

m	$r(m)$, см	$r^2(m)$, см ²
1	3.60	13.0
2	5.05	25.5
3	6.35	40.3
4	7.25	52.6
5	8.30	68.9
6	8.95	80.1

Белая пластина:

m	$r(m)$, см	$r^2(m)$, см ²
1	2.90	8.4
2	4.15	17.2
3	5.25	27.6
4	6.10	37.2
5	6.90	47.6
6	7.55	57.0
7	8.30	68.9
8	8.95	80.1

Построим график зависимостей $(r^2(m))(m)$ и по угловым коэффициентам определим значение фокусных расстояний. На приведенном графике красные точки соответствуют красной линзе, синие — синей, серые — белой.



Угловой коэффициент графика k и фокусной расстояние связаны соотношением $k = f\lambda$.

$$k_{\text{к}} = (7.2 \pm 0.2)\text{см}^2$$
$$k_{\text{б}} = (10.2 \pm 0.2)\text{см}^2$$
$$k_{\text{с}} = (13.7 \pm 0.2)\text{см}^2$$

Ответ:

$$f_{\text{к}} = (8.4 \pm 0.3)\text{см}$$

$$f_{\text{б}} = (11.9 \pm 0.5)\text{см}$$

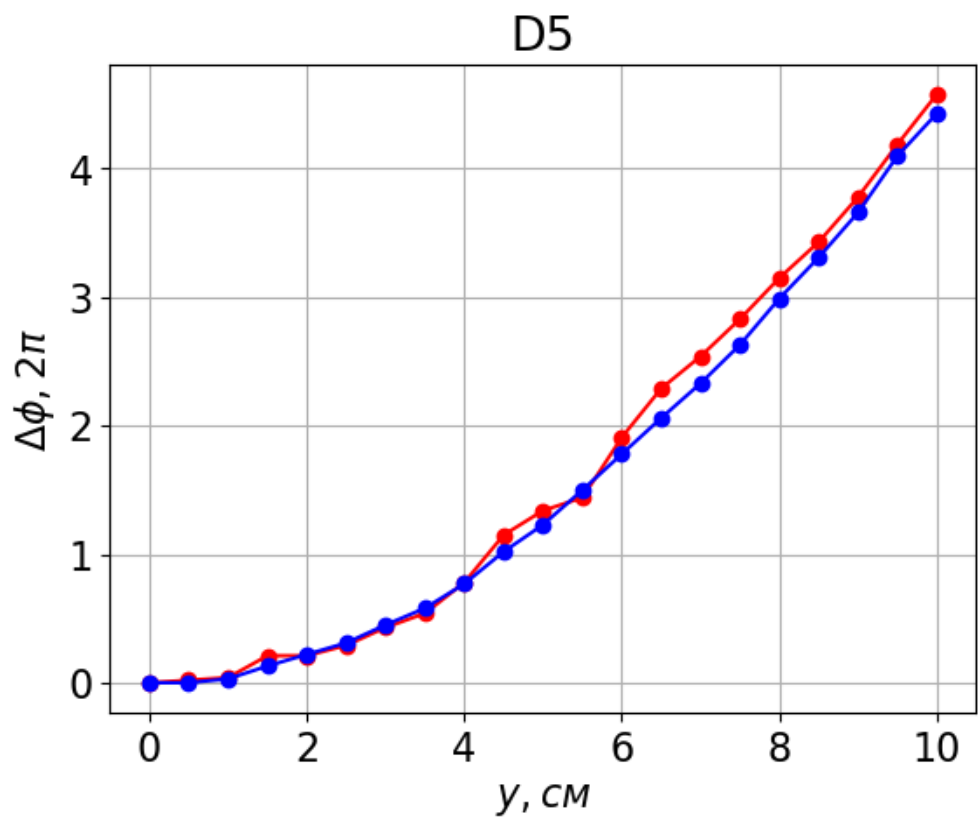
$$f_{\text{с}} = (15.9 \pm 0.6)\text{см}$$

D5 1.50

Снимите зависимость $\Delta\varphi(y)$ (не менее 20 точек). Затем уберите линзу и, не меняя положения передатчика, снимите аналогичную зависимость $\Delta\varphi_0(y)$ (не менее 20 точек). Постройте эти зависимости на одном графике.

Снимем требуемые зависимости и построим на одном графике.

$y, \text{ см}$	$\Delta\varphi, ^\circ$	$\Delta\varphi, 2\pi$	$\Delta\varphi_0, ^\circ$	$\Delta\varphi_0, 2\pi$
0.0	0	0	0	0
0.5	6	0.02	0	0
1.0	15	0.04	12	0.03
1.5	75	0.21	46	0.13
2.0	75	0.21	78	0.22
2.5	105	0.29	111	0.31
3.0	153	0.43	162	0.45
3.5	195	0.54	210	0.58
4.0	279	0.78	276	0.77
4.5	414	1.15	366	1.02
5.0	483	1.34	441	1.23
5.5	519	1.44	540	1.50
6.0	687	1.91	642	1.78
6.5	825	2.29	741	2.06
7.0	915	2.54	840	2.33
7.5	1019	2.83	946	2.63
8.0	1134	3.15	1076	2.99
8.5	1233	3.43	1191	3.31
9.0	1359	3.78	1316	3.66
9.5	1509	4.19	1476	4.10
10.0	1649	4.58	1596	4.43

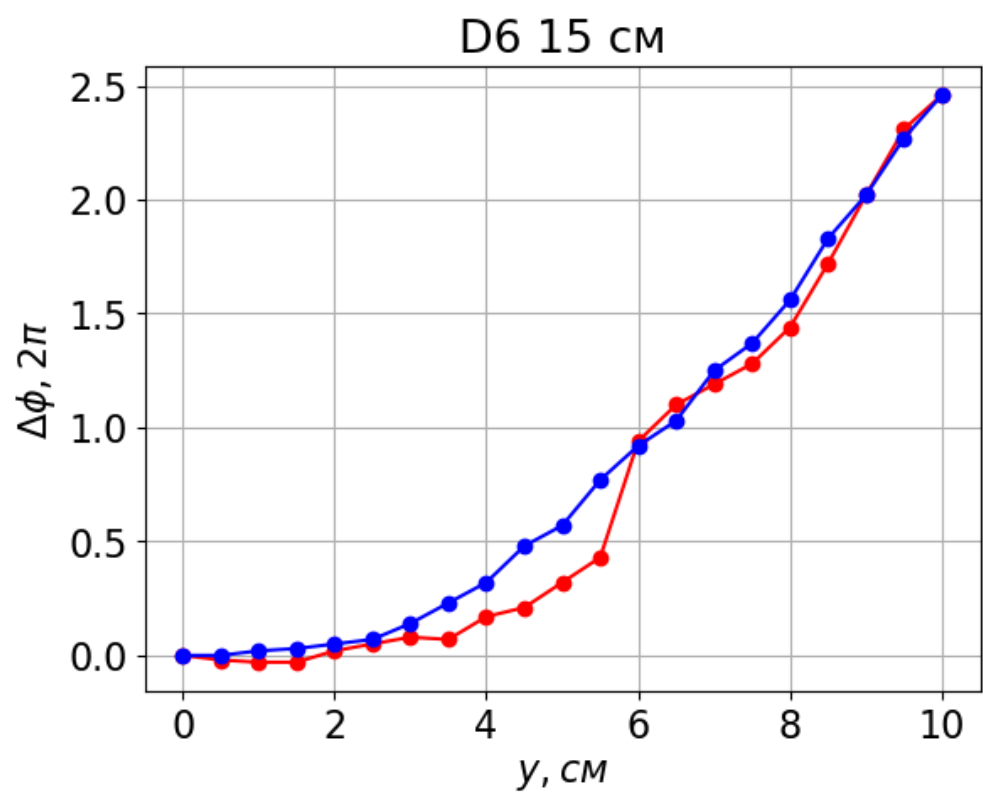


На приведенном графике синие точки соответствуют измерениям без линзы, красные — с линзой.

D6 ^{2.20} Повторите действия пункта **D5** для расстояний между пластиной и приёмником 15 см и 25 см.

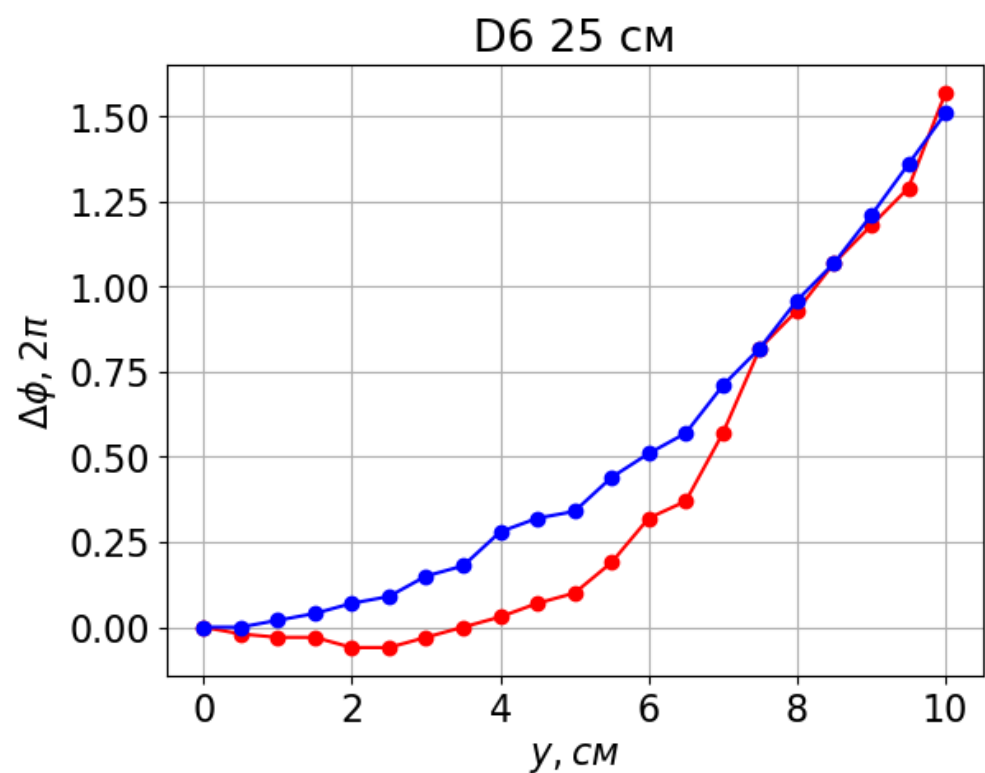
Проведём измерения аналогично предыдущему пункту.

<i>y</i> , см	$\Delta\varphi, ^\circ$	$\Delta\varphi, 2\pi$	$\Delta\varphi_0, ^\circ$	$\Delta\varphi_0, 2\pi$
0.0	0	0	0	0
0.5	-6	-0.02	0	0
1.0	-12	-0.03	6	0.02
1.5	-12	-0.03	12	0.03
2.0	6	0.02	18	0.05
2.5	18	0.05	24	0.07
3.0	30	0.08	51	0.14
3.5	24	0.07	81	0.23
4.0	60	0.17	116	0.32
4.5	75	0.21	171	0.48
5.0	114	0.32	206	0.57
5.5	156	0.43	276	0.77
6.0	340	0.94	330	0.92
6.5	395	1.10	372	1.03
7.0	430	1.19	450	1.25
7.5	460	1.28	492	1.37
8.0	520	1.44	561	1.56
8.5	620	1.72	660	1.83
9.0	726	2.02	726	2.02
9.5	830	2.31	816	2.27
10.0	885	2.46	886	2.46



На приведенном графике синие точки соответствуют измерениям без линзы, красные — с линзой.

<i>y</i> , см	$\Delta\varphi$, °	$\Delta\varphi$, 2 <i>π</i>	$\Delta\varphi_0$, °	$\Delta\varphi_0$, 2 <i>π</i>
0.0	0	0	0	0
0.5	-6	-0.02	0	0
1.0	-12	-0.03	6	0.02
1.5	-12	-0.03	14	0.04
2.0	-21	-0.06	24	0.07
2.5	-21	-0.06	34	0.09
3.0	-12	-0.03	54	0.15
3.5	0	0	64	0.18
4.0	9	0.03	99	0.28
4.5	24	0.07	114	0.32
5.0	36	0.10	124	0.34
5.5	69	0.19	159	0.44
6.0	114	0.32	184	0.51
6.5	134	0.37	204	0.57
7.0	204	0.57	254	0.71
7.5	294	0.82	294	0.82
8.0	334	0.93	344	0.96
8.5	384	1.07	384	1.07
9.0	424	1.18	434	1.21
9.5	464	1.29	489	1.36
10.0	564	1.57	544	1.51



На приведенном графике синие точки соответствуют измерениям без линзы, красные — с линзой.

Отметим, что у графиков, полученных с пластиной, есть характерные «скачки» фазы.

D7 0.30 На каком из исследованных расстояний фронт волны с наилучшей точностью можно считать плоским в области $|y| < 5$ см?

Из предыдущих пунктов следует, что лучше всех плоским приближением задаётся фронт на расстоянии 25 см.

Ответ:

25см

E1 0.60 Получите выражение, связывающее θ , λ и d , при углах θ , соответствующих главным максимумам интенсивности рассеянной волны.

Примечание. Рассмотрите сдвиг фаз при отражении волны от разных рассеивающих центров.

Нетрудно заметить, что разность хода лучей 1 и 2 нулевая, а лучей 1 и 3 — $2d \cos \theta$. Главный максимум достигается, если все вторичные источники излучают синфазно. Это соответствует соотношению

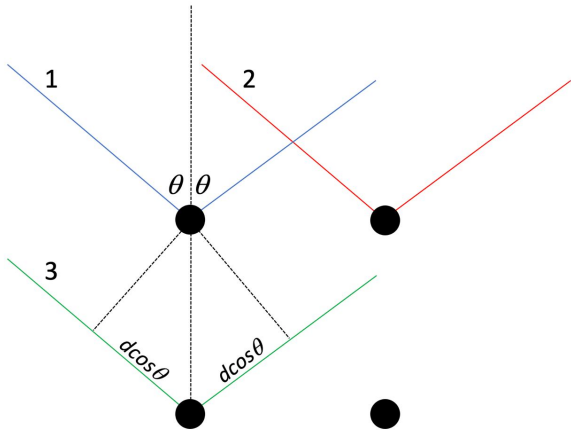
$$2d \cos \theta = m\lambda,$$

где $m = 1, 2, \dots$

Заметим, что количество главных максимумов определяется максимальным m , для которого справедливо

$$\frac{m\lambda}{2d} \leq 1,$$

так как $\cos \theta \leq 1$.



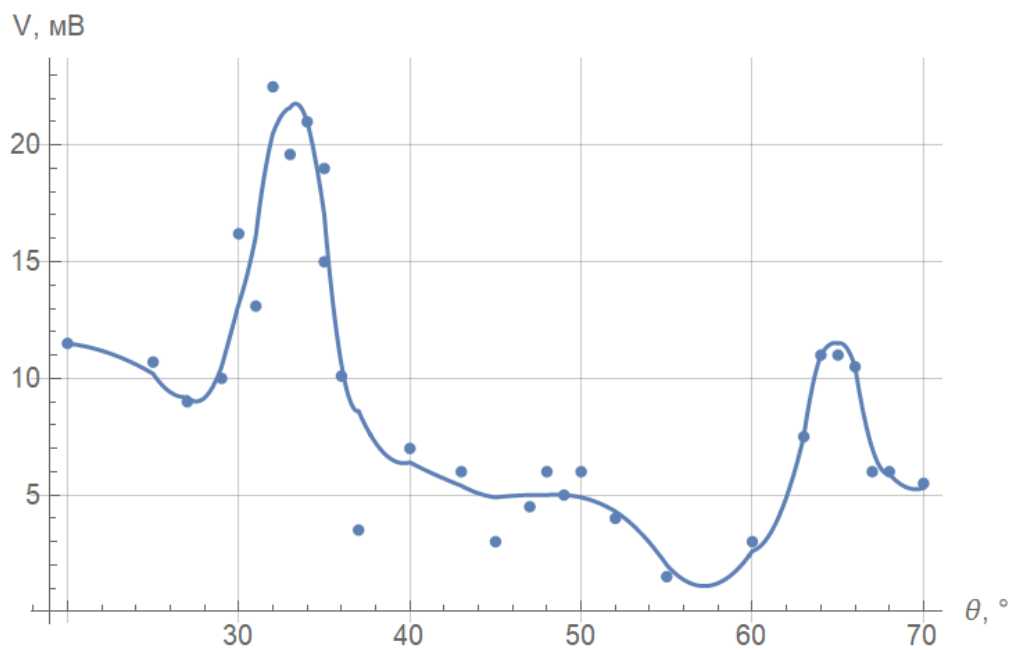
Ответ:

$$2d \cos \theta = m\lambda$$

E2 1.30 Измерьте зависимость амплитуды сигнала на приёмнике от угла θ в диапазоне от 20° до 70° . Постройте её график. Укажите положение максимумов, обусловленных брэгговским отражением и объясните их количество.

Снимем зависимость амплитуды сигнала на приёмнике от угла θ . Особенно хорошо промерим окрестности максимумов.

$\theta, ^\circ$	$V, \text{мВ}$	$\theta, ^\circ$	$V, \text{мВ}$
20	11.5	33	19.6
25	10.7	32	22.5
30	16.2	31	13.1
35	19.0	29	10.0
40	7.0	27	9.0
45	3.0	43	6.0
50	6.0	47	4.5
55	1.5	48	6.0
60	3.0	49	5.0
65	11.0	52	4.0
70	5.5	63	7.5
37	3.5	64	11.0
36	10.1	66	10.5
35	15.0	67	6.0
34	21.0	68	6.0



На графике наблюдаются два главных максимума амплитуды при углах

$$\theta_1 = 33^\circ \pm 1^\circ, \quad \theta_2 = 66^\circ \pm 1^\circ,$$

первый из них соответствует $m_1 = 2$, второй — $m_2 = 1$.

Наблюдается два максимума, так как для $m \geq 3$

$$\frac{m\lambda}{2d} > 1.$$

E3^{0.20} Используя выражение из пункта **E1**, вычислите шаг решётки d .

Рассчитаем d , используя θ_1 и θ_2 . Применяя формулу из **E1**, получаем

$$d_1 = (1.03 \pm 0.02) \text{ см}, \quad d_2 = (1.06 \pm 0.04) \text{ см}.$$

Усредняя, получим ответ для d .

Ответ:

$$d = (1.05 \pm 0.03) \text{ см}$$

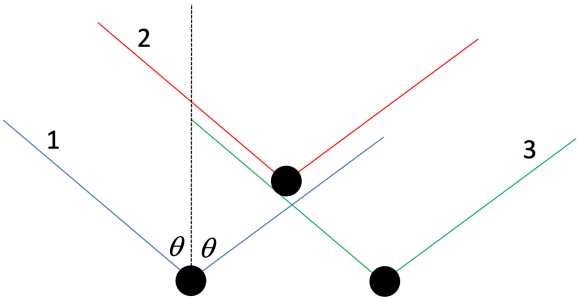
E4^{0.60} Получите для этого случая выражение, связывающее θ , λ и d , при углах θ , соответствующих главным максимумам интенсивности рассеянной волны.

Легко показать, что разность хода лучей 1 и 3 нулевая. Из геометрии следует, что разность хода лучей 1 и 2 составляет $\sqrt{2}d \cos \theta$. Условие главного максимума:

$$\sqrt{2}d \cos \theta = m\lambda.$$

В этом случае количество максимумов задаётся неравенством

$$\frac{m\lambda}{\sqrt{2}d} \leq 1.$$



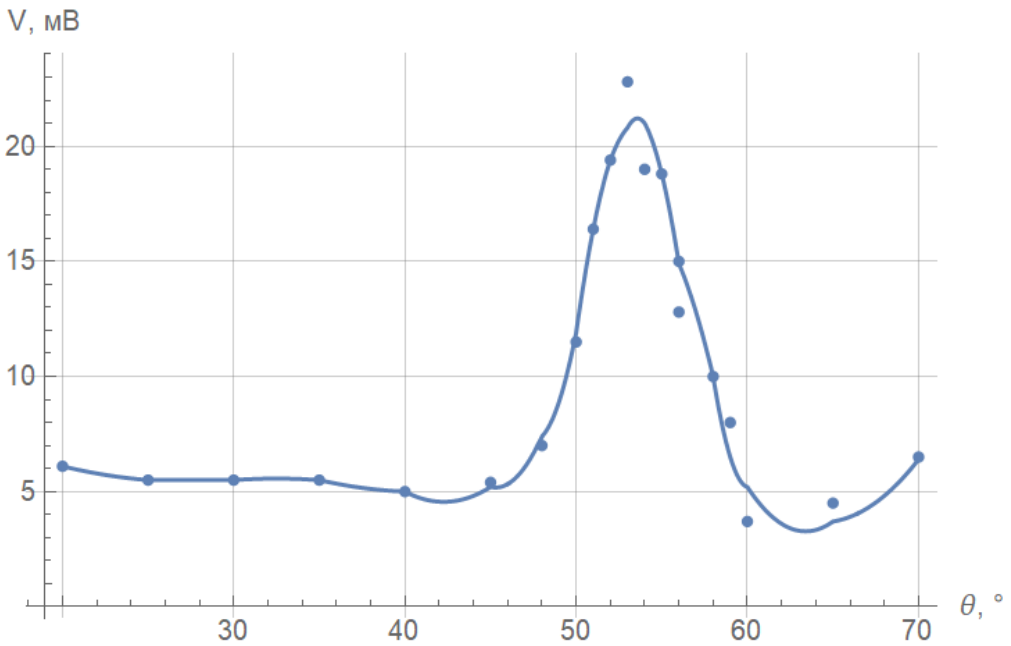
Ответ:

$$\sqrt{2}d \cos \theta = m\lambda$$

E5^{1.30} Измерьте зависимость амплитуды сигнала на приёмнике от угла θ в диапазоне от 20° до 70° . Постройте её график. Укажите положение максимумов, обусловленных брэгговским отражением и объясните их количество.

Проведём измерения аналогично пункту E2.

$\theta,^\circ$	$V, \text{мВ}$	$\theta,^\circ$	$V, \text{мВ}$
70	6.5	20	6.1
65	4.5	56	12.8
60	3.7	54	19.0
55	18.8	53	22.8
50	11.5	52	19.4
45	5.4	51	16.4
40	5.0	48	7.0
35	5.5	58	10.0
30	5.5	59	8.0
25	5.5	56	15.0



На графике наблюдается лишь один максимум интенсивности при угле

$$\theta_0 = 53^\circ \pm 1^\circ,$$

соответствующий $m_0 = 1$.

Наблюдается один максимум, так как для $m \geq 2$

$$\frac{m\lambda}{\sqrt{2}d} > 1.$$

E6^{0.20} Используя выражение из пункта E4 вычислите шаг решётки d .

Применяя формулу из E4, получим ответ для d .

Ответ:

$$d = (1.01 \pm 0.03) \text{ см}$$

F1^{0.90} Получите уравнение кривой в координатах Oxy , содержащей такие точки. В ответе используйте m , f и λ .

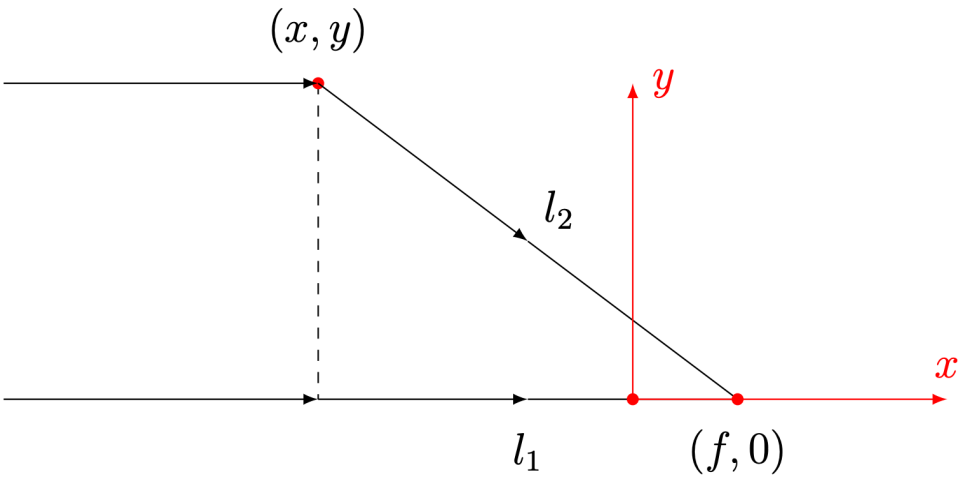
По условию фокус находится в точке $(0, 0)$. Запишем условие фокусировки:

$$l_2 - l_1 = m\lambda$$

где $l_1 = f - x$ и $l_2 = \sqrt{(f - x)^2 + y^2}$. Отсюда получаем выражение для кривой:

$$y^2 = m^2\lambda^2 + 2m\lambda(f - x)$$

Это уравнение задаёт семейство парабол.



Ответ:

$$y^2 = m^2\lambda^2 + 2m\lambda(f - x)$$

F2^{1.30} Экспериментально определите фокусное расстояние структуры f . Опишите, как вы детектируете максимум сигнала. Качественно зарисуйте зависимость амплитуды сигнала от координаты x вблизи фокуса ($x \in [f - 3 \text{ см}, f + 3 \text{ см}]$).

В данном пункте большую роль играет точная юстировка установки, так как максимум интенсивности достаточно слабо выражен.

Расположим структуру так, как указано в условии. Приёмник расположим на расстоянии 20 см от структуры. Будем медленно придвигать его к структуре и следить за амплитудой напряжения на осциллографе. Отметим, что в такой конфигурации неизбежно возникает стоячая волна, поэтому точку фокусировку следует искать как точку, в которой амплитуда стоячей волны имеет локальный максимум. Таким методом получаем ответ для f .

Ответ:

$$f = (6.2 \pm 0.5) \text{ см}$$

Зависимость амплитуды сигнала от координаты x вблизи фокуса имеет характер, представленный на рисунке ниже.

Ответ:

