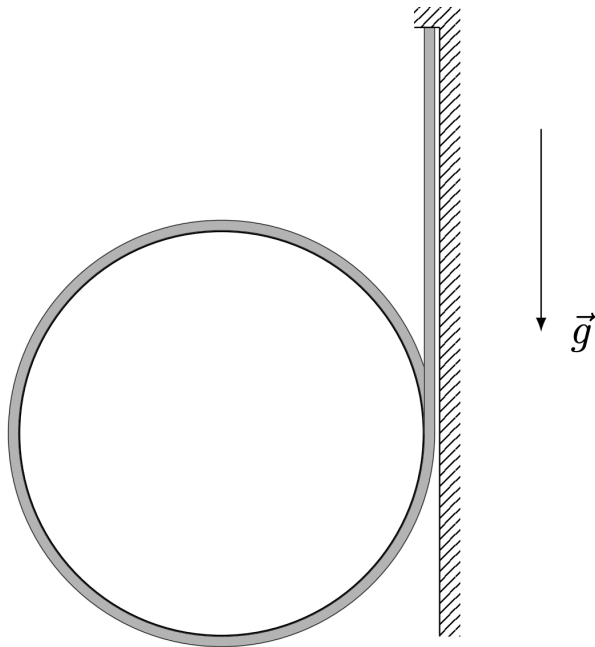




В данной задаче вам предлагается проанализировать динамику следующей системы: однородная гибкая нерастяжимая лента с линейной плотностью λ намотана на твёрдый однородный тонкостенный цилиндр. Одним концом лента закреплена на поверхности цилиндра, а другим прикрепена к вертикальной стене. Полная масса данной системы равна M . Лента оборачивает цилиндр очень большое количество раз, при этом толщина слоя намотки ленты пренебрежимо мала по сравнению с радиусом цилиндра.

В начальный момент цилиндр касается стены в точке крепления ленты. Цилиндр без начальной скорости отпускают, и лента начинает разматываться. Считайте, что прямолинейный участок ленты никогда не отрывается от стены. В процессе движения лента по цилиндру не проскальзывает. Ускорение свободного падения равняется g . Трением скольжения и любыми другими потерями энергии в данной системе можно пренебречь.

Во всех пунктах задачи считайте, что ось цилиндра опускается на величину, во много раз превышающую радиус цилиндра. Также во всех пунктах задачи, если это не оговорено отдельно, считайте, что слои ленты плотно прижаты друг к другу, а лента не разматывается полностью.



Часть А. Движение без отрыва (6.7 баллов)

Пусть в какой-то момент масса цилиндра с оставшейся на его поверхности лентой уменьшилась до m .

A1 ^{1.20} Примем за ноль потенциальную энергию системы в поле тяжести Земли W_p в начальном положении. Определите зависимость потенциальной энергии W_p от массы m . Ответ выразите через M , λ , g и m .

Пусть v — скорость движения оси цилиндра.

A2 ^{0.80} Выразите кинетическую энергию E_k данной системы через m и v при $m \gg \lambda R$ (здесь R — неизвестный радиус цилиндра).

A3 ^{0.40} Получите зависимость скорости v движения оси цилиндра от массы m . Ответ выразите через M , λ , g и m .

A4 ^{0.40} Определите зависимость импульса p данной системы от массы m . Ответ выразите через M , λ , g и m .

Пусть a — ускорение оси цилиндра, T_1 — сила натяжения ленты в точке её крепления к стенке, а T_O — сила натяжения ленты в точке, в которой вертикальный участок ленты касается цилиндра.

A5 ^{1.50} Определите зависимость ускорения a оси цилиндра от массы m . Ответ выразите через g , M и m .

A6 ^{1.60} Определите зависимость силы натяжения T_1 ленты в точке её крепления к вертикальной стенке от массы m . Ответ выразите через g , M и m .

A7 ^{0.80} Определите зависимость силы натяжения ленты T_O в точке, в которой вертикальный участок ленты касается цилиндра, от массы m . Ответ выразите через g , M и m .

Часть В. Условие отрыва (5.3 балла)

Результаты, полученные вами в части А, являются применимыми, пока лента не начинает отрываться от поверхности цилиндра. Данная часть задачи посвящена нахождению положения, в котором лента начинает отрываться от поверхности цилиндра. Если это не оговорено отдельно, считайте, что лента полностью не разматывается.

B1 ^{1.70} Запишите условие, связывающее силу натяжения T_O , скорость v и линейную плотность λ , при котором лента не отрывается от поверхности цилиндра. Считайте силу натяжения ленты постоянной по всей длине первого оборота лентой цилиндра. Также считайте выполненным соотношение $v^2 \gg gR$.

B2 ^{0.40} При каком значении m_c лента начинает отрываться от поверхности цилиндра? Ответ выразите через M .

B3 ^{1.20} Определите значения $T_1(m_c)$, $T_O(m_c)$ и $a(m_c)$. Ответы выразите через M и g .

B4 ^{0.40} Определите значение $v(m_c)$. Ответ выразите через M , g и λ .

B5 ^{1.60} Какие значения может принимать $v(m_c)$ при фиксированной длине ленты L , если к указанному моменту она не успевает полностью размотаться? Ответ выразите через g и L .

 Website in English

