



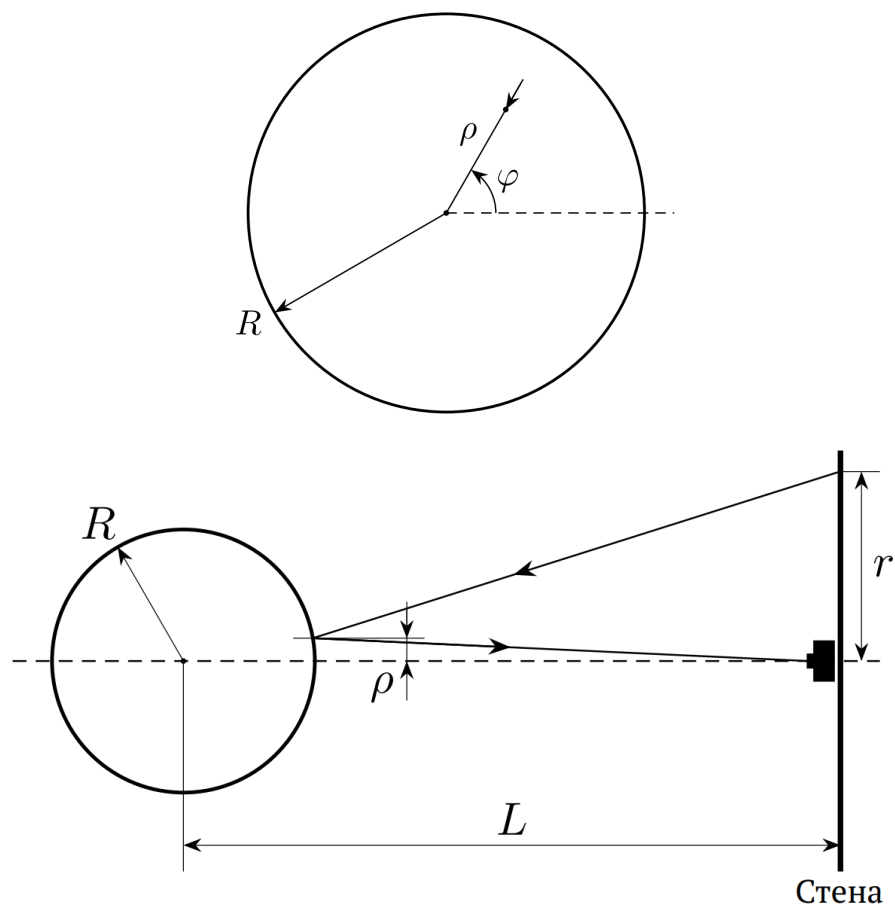
Как вы знаете, отражения повседневных объектов в зеркалах и их изображения в линзах могут иметь довольно причудливую форму. Но и в этих случаях можно восстановить форму исходного объекта. Этому и будет посвящена данная задача.

Часть А. Фото в пузыре (4 балла)

Иногда на фотографиях мыльных пузырей можно заметить искажённые изображения объектов позади фотоаппарата. Исследованию таких искажений посвящена первая часть задачи.

Пузырь радиуса R фотографируют с расстояния $L \gg R$, и в нём отражается объект неправильной формы, нарисованный на вертикальной стене. Линия, соединяющая пузырь и фотоаппарат, перпендикулярна стене; фотоаппарат поставлен к стене вплотную.

Точка на стене на расстоянии r от фотоаппарата видна на фотографии на расстоянии ρ от центра изображения пузыря.



A1 0.50 Выразите r через ρ , R и L .

A2 1.00 Выразите малый элемент площади объекта dS через параметры соответствующего участка изображения. В ответ могут входить величины ρ , R , L , а также дифференциал расстояния $d\rho$ и дифференциал полярного угла $d\varphi$.

A3 2.50 В листе ответов приведена фотография пузыря в натуральный размер. Как можно точнее найдите площадь объекта на стене. Численное значение $L = 1$ м.

Примечание: Удобно представить ответ как площадь под некоторым графиком. Миллиметровая бумага для построения графика приведена в листе ответов.

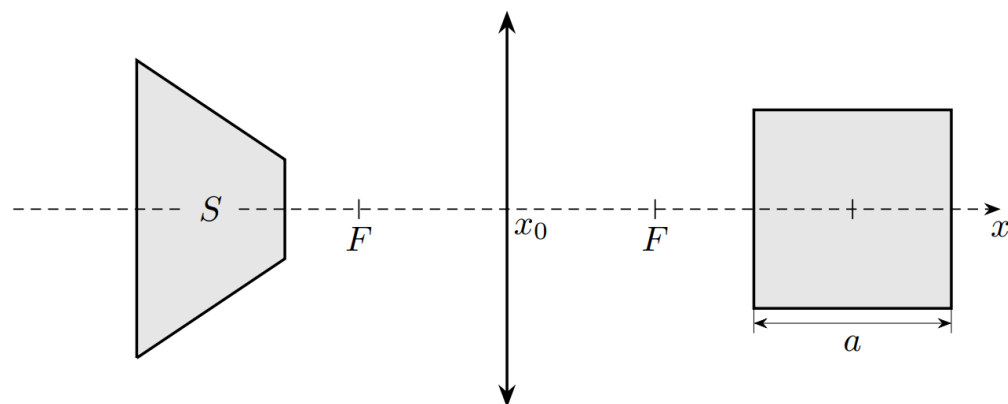
Часть В. Площадь квадрата (6 балла)

Квадрат со стороной a помещают на ось собирающей линзы с фокусным расстоянием F . Две стороны квадрата параллельны оптической оси, другие две – перпендикулярны. Положение центра квадрата задаётся координатой x вдоль оптической оси, центр линзы находится в точке x_0 . Изображение квадрата – трапеция, зависимость площади которой $S(x)$ исследуется в этой части задачи.

Примечание: При решении этой задачи можете использовать формулу тонкой линзы, согласно которой расстояние u от линзы до источника света, расстояние v от линзы до изображения и фокусное расстояние линзы F связаны друг с другом соотношением:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{F}.$$

Также при решении считайте известным, что изображение отрезка в линзе также представляет собой отрезок, если он не пересекает фокальную плоскость.



B1 1.00 Получите теоретическую формулу для площади $S(x)$ изображения квадрата. Считайте, что $x - x_0 > F + a/2$.

В листе ответов приведена зависимость $S(x)$, причём в точке $x = 16$ см площадь изображения становится неизмеримо большой. Эту зависимость намного удобнее анализировать, если в ней отсутствует расходимость (т.е. она всегда принимает конечные значения).

B2 1.00 Чтобы зависимость не имела расходимости при $x = 16$ см, её удобно домножить на некоторую функцию $f(x)$, которая в этой точке обращается в 0. Предложите такую функцию. Пересчитайте точки для $f(x)S(x)$.

Для дальнейшей обработки удобно восстановить значение $f(x)S(x)$ в точке $x = 16$ см. Это можно сделать, экстраполировав (продлив) зависимость $f(x)S(x)$.

B3^{1.00} Получите экстраполированное значение $C = f(x)S(x)$ в точке $x = 16$ см.

Примечание: Учтите, что зависимость может не быть линейной в окрестности этой точки

B4^{0.50} Пересчитайте точки для $f(x)S(x)/C$.

Каждая точка полученной зависимости позволяет найти a , F и координату x_0 центра линзы.

B5^{2.50} Для каждой точки найдите a , F и x_0 . Также приведите в листе ответов усреднённые результаты $\bar{a}$, $\bar{F}$ и $\bar{x}_0$.

- РЕ
- Оптика
- Геометрическая оптика
- Обработка данных
- Обработка фотографии
- Сборы XY
- Формула тонкой линзы
- Отражение