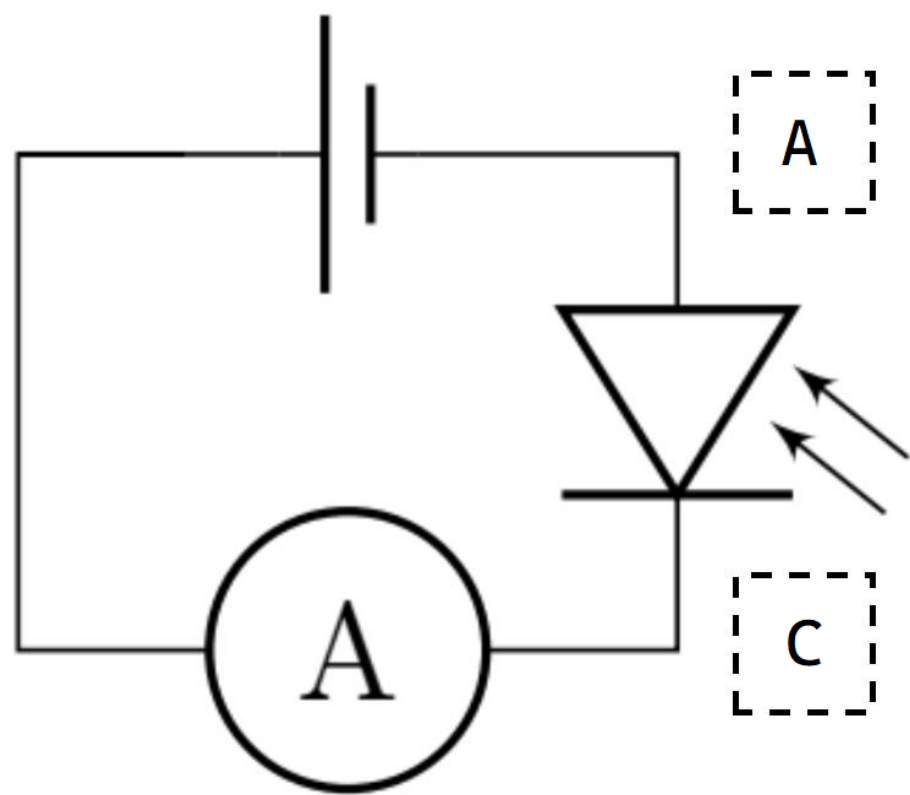


A1^{0.10} Используя фотографию, укажите на схеме в листе ответов, каким контактам фотодиода соответствует каждый из проводов А, С.

Ответ:



A2^{0.50} Расположите 5 кювет с 2.8 мл воды так, чтобы луч лазера проходил через них и падал на их стенки нормально. Последовательно добавляя в каждую из кювет по 0.1 мл раствора молока, снимите зависимость коэффициента пропускания α от количества кювет N , в которых добавлен раствор молока.

Зарисуйте используемую оптическую схему для $N = 3$.

Фоновое излучение $I_{\text{back}} = 1.6 \text{ мА}$. Коэффициент пропускания тогда задается формулой

$$\alpha = \frac{I - I_{\text{back}}}{I_0 - I_{\text{back}}}$$

Ответ:

I , мкА	N	α
118,10	0	1,000
58,10	1	0,483
32,30	2	0,260
16,10	3	0,121
9,60	4	0,065
6,30	5	0,036

При измерениях в данной части важно учитывать отражения на границах раздела, т.е. для изучения интенсивности света для заданного N ставить N кювет с раствором молока и $5 - N$ кювет с чистой водой.

A3^{0.50} Расположите одну кювету с 2.8 мл воды так, чтобы луч лазера проходил через ее стенки нормально. Снимите зависимость коэффициента пропускания α от объема ΔV добавленного раствора молока в диапазоне $\Delta V \leq 1 \text{ мл}$.

Ответ:

ΔV , мл	I , мкА	α
0	262	1,000
0,1	139,7	0,530
0,2	81,6	0,307

0,3	48,9	0,182
0,4	29,4	0,107
0,5	18,6	0,065
0,6	13,6	0,046
0,7	9,8	0,031
0,8	7,0	0,021
0,9	5,6	0,015

A4 ^{0.30} Пусть на слой раствора молока толщиной L с концентрацией мицелл n падает параллельный пучок света.

Выразите коэффициент пропускания α через L , n и эффективную площадь рассеяния δS мицелл.

В слое объёма $dV = S \cdot dL$ содержится $dN = dV \cdot n$ мицелл, каждая из которых поглощает свет, попадающий на неё. Тогда так как интенсивность поглощённого света пропорциональна суммарной площади поглощения в этом слое:

$$dI = -I \cdot \frac{dN\delta S}{S} = -I \cdot \delta S \cdot dL \cdot n$$

Проинтегрировав это уравнение, получим

$$I = I_0 e^{-Ln \delta S}$$

Ответ:

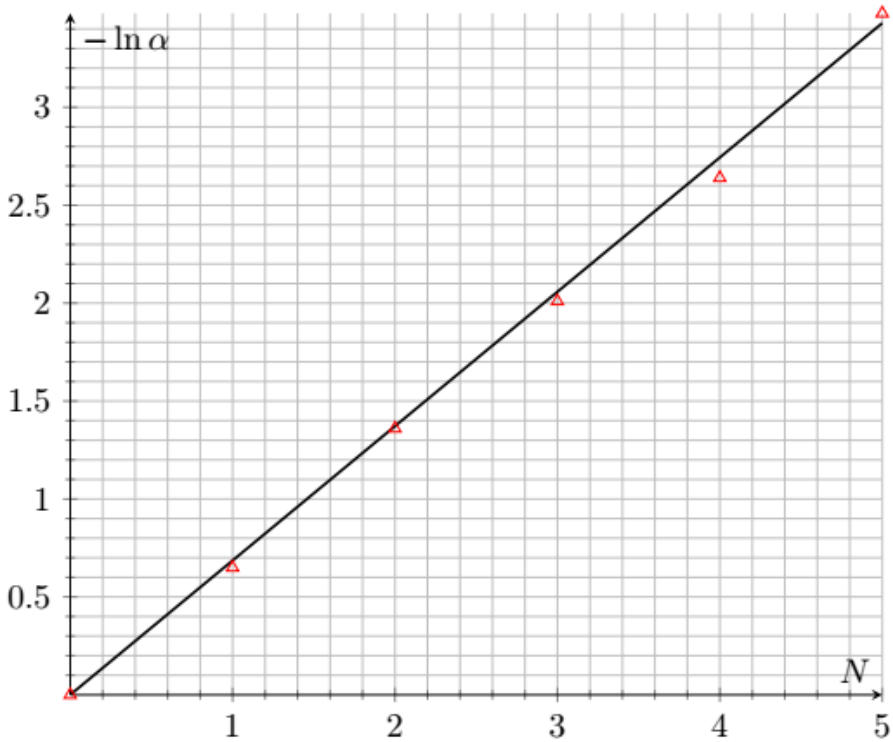
$$\alpha = e^{-Ln \delta S}$$

A5 ^{0.70} Линеаризуйте зависимость α от N из пункта A1 и постройте ее график. Определите параметры прямой.

В рассматриваемом эксперименте меняется длина поглощающего слоя $L = L_0 \cdot N$. Из ответа предыдущего пункта следует линеаризация

$$\ln \alpha = -N \cdot L_0 n \delta S$$

Ответ:



Прямая проходит через ноль и имеет коэффициент наклона $k_{A5} = 0.668$.

A6 ^{0.80} Линеаризуйте зависимость α от ΔV из пункта A2 и постройте ее график. Найдите параметры прямой.

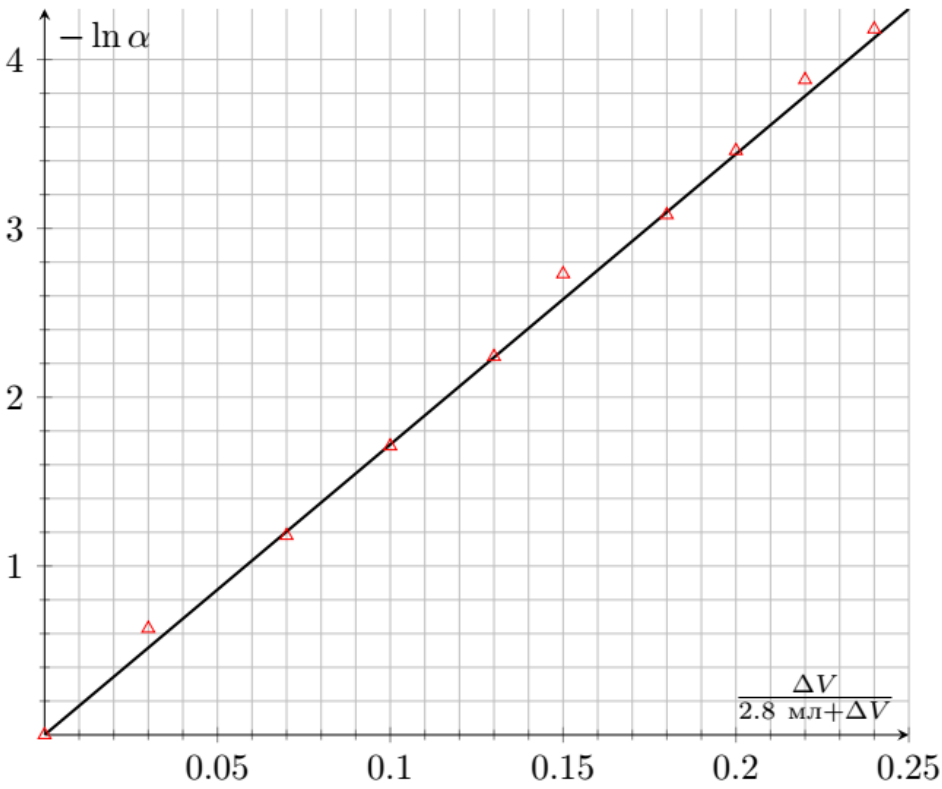
В рассматриваемом эксперименте меняется концентрация мицелл. Пусть в исходном растворе молока их концентрация n_0 , тогда в рассмотренном нами

$$n = n_0 \frac{\Delta V}{V + \Delta V}$$

, тогда линеаризация:

$$\ln \alpha = - \frac{\Delta V}{2.8 \text{ мл} + \Delta V} \cdot L_0 n_0 \delta S.$$

Ответ:



Прямая проходит через ноль и имеет коэффициент наклона $k_{\text{А6}} = 17.2$.

A7^{0.30} Считая, что радиус мицелл равен $r_0 = 60$ нм, найдите количество молекул P казеина в каждой из них. Молярная масса молекулы казеина равна 23 кг/моль (белок является высокомолекулярным органическим веществом, поэтому имеет гигантскую по меркам неорганических соединений молярную массу).

По условию эффективная площадь рассеяния мицелл равна:

$$\delta S = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 \left(\frac{n_b^2 - n_0^2}{n_b^2 + 2n_0^2}\right)^2 \cdot r_0^6 = 4.59 \cdot 10^{-17} \text{ м}^2$$

Из наклона любого из графиков $k_{\text{А5}}$ и $k_{\text{А6}}$ можно определить концентрацию мицелл n_0 в исходном растворе молока.

$$n_0 = \frac{k_{\text{А5}}}{L_0 \delta S} \cdot \frac{2.9 \text{ мл}}{0.1 \text{ мл}} = 4.0 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$$

$$n_0 = \frac{k_{\text{А6}}}{L_0 \delta S} = 3.56 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$$

При этом концентрация молекул казеина $n_{\text{Cas}} = \frac{2.5 \text{ г/л}}{23 \text{ кг/моль}} \cdot N_A = 6.5 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ и $P = n_{\text{Cas}}/n_0$.

Ответ:

$$P = 1.8 \cdot 10^3$$

B1^{0.90} Снимите зависимость установившегося коэффициента пропускания α от концентрации кислоты в растворе c . Концентрацию c измеряйте в г кислоты на 1 л раствора.

При концентрации $c_{\text{крит}}$ измерьте значение α и через 1 мин после добавления порции кислоты и через 20 мин.

Ответ:

ΔV , мл	I , мкА	α
-----------------	-----------	----------

0	100,2	0,297
0,1	106,2	0,315
0,2	113,1	0,336
0,3	120,2	0,357
0,4	126,6	0,376
0,5	133	0,395
0,6	137,1	0,407
0,7	145,8	0,433
0,8	150,5	0,447
0,9	151,1	0,448
1,0	151	0,448
0,1	140	0,415
0,2	105,8	0,314

Интенсивность нерассеянного света $I_0 = 337$ мкА

В последней точке появляется зависимость от времени и через 20 мин значение интенсивности становится равным $I_{2,0.2+19} = 56.3$ мкА.

В2^{1.40}

Пересчитайте ранее полученную зависимость $\alpha(c)$ в $\alpha(\text{pH})$ и постройте ее график.

До достижения объема 4.0 мл концентрация кислоты $c = c_0 \frac{\Delta V}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}$. После достижения объема 4.0 мл концентрация кислоты

$$c = \frac{\frac{c_0}{4} \cdot 3.0 \text{ мл} + c_0 \Delta V}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}.$$

Для нахождения pH решим квадратное уравнение, обозначив $\mu = 210$ г/моль

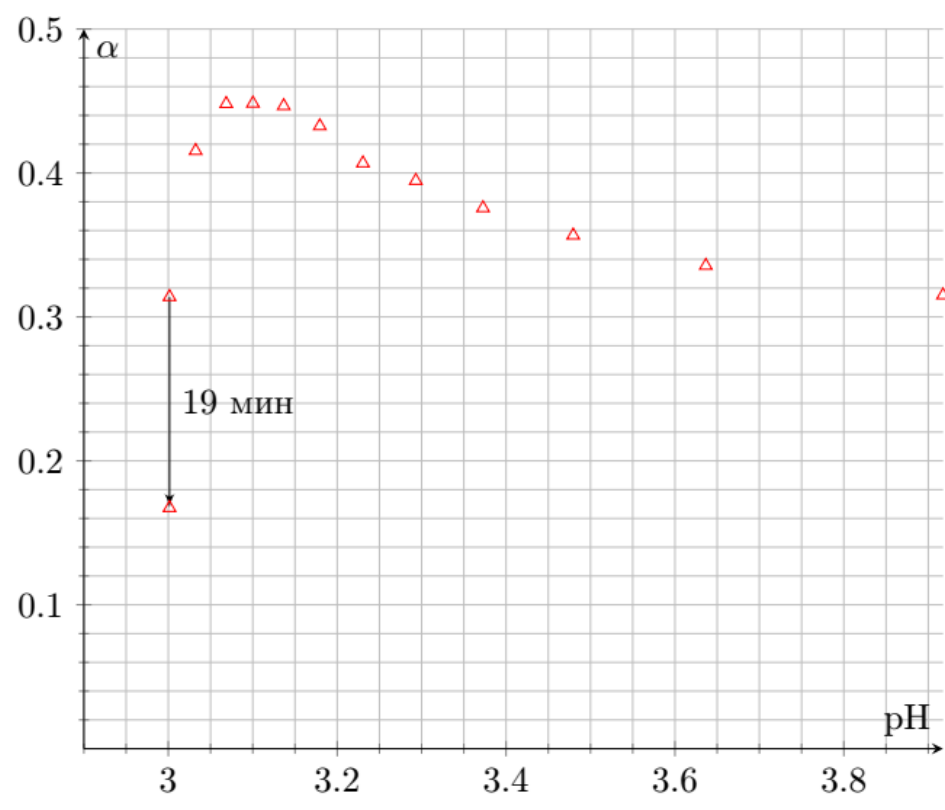
$$[\text{H}^+]^2 + [\text{H}^+]k_1 - \frac{ck_1}{\mu} = 0$$

$$\mathcal{D} = k_1^2 + \frac{4ck_1}{\mu} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{-k_1 \pm \sqrt{k_1^2 + \frac{4ck_1}{\mu}}}{2}$$

Выбираем положительный корень и получаем две формулы для пересчета ΔV в pH (для первой итерации и для второй)

$$\text{pH} = -\log_{10} \left(\frac{-k_1 + \sqrt{k_1^2 + \frac{4c_0k_1}{\mu} \frac{\Delta V}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}}}{2} \right), \quad \text{pH} = -\log_{10} \left(\frac{-k_1 + \sqrt{k_1^2 + \frac{4c_0k_1}{\mu} \frac{0.75 \text{ мл} + \Delta V}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}}}{2} \right)$$

Ответ:



В3 0.20 Определите значение pI.

Значению pI соответствует pH при $c = c_{\text{крит}}$

$$\text{pI} = 3.0$$

В4 0.40 Оцените скорость склеивания мицелл dP/dt сразу после доведения pH раствора до pI.

Пусть в среднем P мицелл склеились в одну. Это значит что концентрация мицелл уменьшилась в P раз, а радиус мицеллы увеличился в $P^{1/3}$ раз. Значит $-\ln \alpha \propto nr^6$ увеличится в P раз.

Тогда

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{19 \text{ мин}} \frac{\ln \frac{I_{2,0.2} - I_{\text{back}}}{I_0 - I_{\text{back}}}}{\ln \frac{I_{2,0.2+19} - I_{\text{back}}}{I_0 - I_{\text{back}}}} = 8.1 \cdot 10^{-2} \text{ 1/мин}$$

В5 0.20 Укажите знак заряда мицелл казеина в чистой воде.

В воде pH = 7 и pI < 7, поэтому $q < 0$.

В6 1.70 Постройте линеаризованный график r от pH и из графика оцените значение k .

До достижения объема 4.0 мл концентрация кислоты $c = c_0 \frac{\Delta V}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}$, концентрация мицелл $n = n_0 \frac{0.2 \text{ мл}}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}$.

После достижения объема 4.0 мл концентрация кислоты

$$c = \frac{\frac{c_0}{4} \cdot 3.0 \text{ мл} + c_0 \Delta V}{3.0 \text{ мл} + \Delta V},$$

а концентрация мицелл $n = n_0 \frac{3.0 \text{ мл}}{4.0 \text{ мл}} \frac{0.2 \text{ мл}}{3.0 \text{ мл} + \Delta V}$.

Если бы радиус мицелл не зависел от pH или если бы они не склеивались то

$$-\ln \alpha_{\text{th}} = nL_0 \cdot \delta S.$$

При этом $\delta S \propto r^6$ и до начала склеивания концентрация n меняется только из-за разбавления согласно формулам выше, поэтому

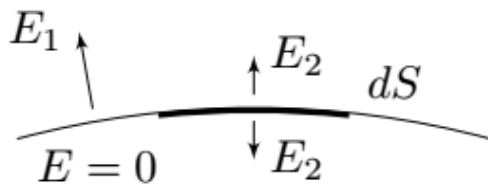
$$r = 60 \text{ нм} \cdot \left(\frac{\ln \alpha}{-nL_0 \delta S} \right)^{1/6}$$

Заряд одной молекулы κ -казеина равен q , значит заряд всей мицеллы равен Nq . Будем рассматривать мицеллу, как сферу с равномерной поверхностной плотностью заряда $\sigma = Nq/(4\pi r^2)$. При этом электрическое поле сразу над поверхностью мицеллой равно

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Nq}{r^2}$$

а поле сразу под поверхностью мицеллы равно нулю.

Рассмотрим небольшой участок поверхности мицеллы площадью dS . Он имеет поверхностную плотность заряда σ , поэтому создает электрическое поле $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ с двух сторон от себя. Обозначим поле всей остальной сферы, кроме участка dS , как $E_{\text{ост}}$.



Общее электрическое поле складывается из E_2 и $E_{\text{ост}}$, поэтому

$$\begin{cases} E_2 + E_{\text{ост}} = E_1 \\ -E_2 + E_{\text{ост}} = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{\text{ост}} = E_2 = \frac{E_1}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Nq}{r^2}.$$

Значит каждая молекула κ -казеина находится в поле $E_{\text{ост}}$ и поэтому на ее конец действует электростатическая сила

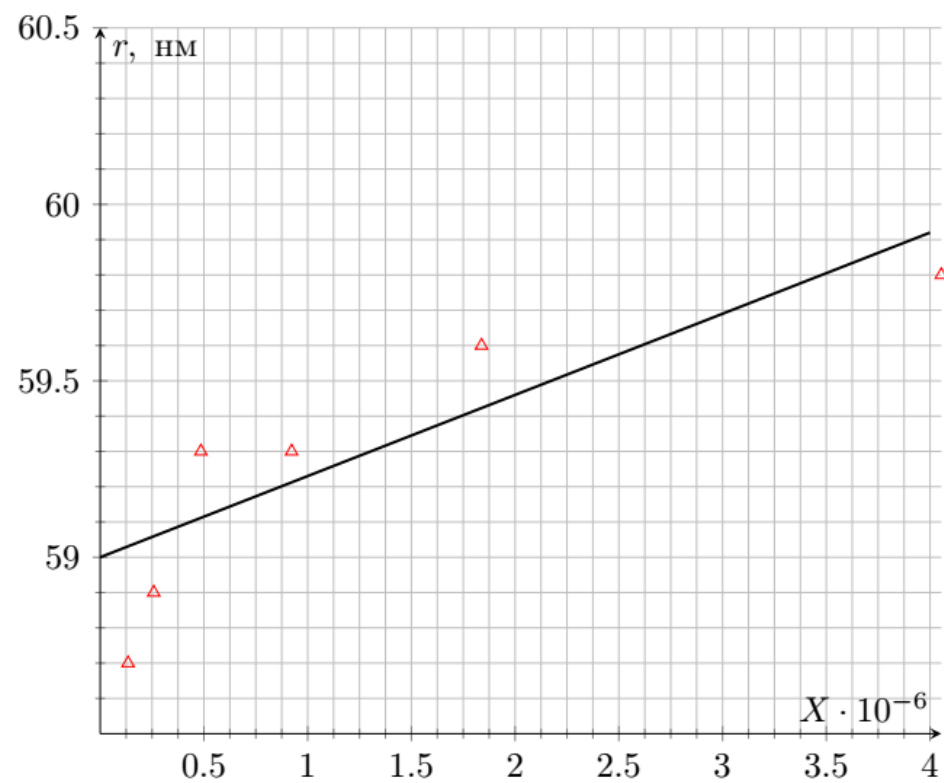
$$F = \frac{Nq^2}{8\pi\epsilon_0 r^2},$$

которая уравнивается силой упругости $k(r - r_0)$. При этом абсолютное значение радиуса r мицеллы меняется очень слабо, что можно подтвердить непосредственным расчётом.

Итоговая линейаризация:

$$r = r_0 + \frac{Ne^2(9.5 \cdot 10^{-4})^2}{8\pi\epsilon_0 k \cdot (60\text{нм})^2} (10^{\text{pH}} - 10^{\text{pI}})^2.$$

Обозначим $X = (10^{\text{pH}} - 10^{\text{pI}})^2$ и удалим из зависимости точки $\text{pH} < 3.1$ т.к. в них радиус начинает увеличиваться, что связано с процессом склеивания мицелл



Ответ: Полученный график позволяет лишь оценить значение k по порядку - сказывается малый шаг в концентрации и отсутствие дополнительных методов измерения радиуса мицеллы.

Тем не менее, $k_{\text{В6}} = 0.23 \cdot 10^{-6}$ нм и поэтому $k = 0.9$ Н/м.