



Хорошо известно, что максимальному коэффициенту полезного действия (КПД) теплового двигателя, работающего с двумя тепловыми резервуарами (нагревателем и холодильником), при фиксированных температурах нагревателя и холодильника отвечает цикл Карно. Однако в этом цикле передача тепла от нагревателя рабочему телу происходит при равных температурах, а значит бесконечно медленно. В любом реальном двигателе нужно поддерживать конечную разность температур при теплопередаче, что приводит к уменьшению КПД. В этой задаче мы рассмотрим разные аспекты поведения двигателей с учетом того, что процессы происходят не бесконечно медленно, а значит процессы в двигателе необратимы.

Часть А. Двигатель с трением (1.5 балла)

В этой части будем считать, что помимо совершения полезной работы поршень двигателя преодолевает силу трения. Будем считать, что поршень двигателя движется в цилиндре постоянного сечения вдоль направляющих этого цилиндра. Пусть за цикл поршень перемещается на расстояние D и обратно, к нему подводится количество тепла $Q_1 > 0$, отводится количество тепла $Q_2 > 0$. Сила трения зависит от скорости поршня как $F = \gamma v$, где v – скорость поршня. Продолжительность цикла τ . Для простоты будем считать, что половину цикла поршень движется с постоянной скоростью в одну сторону, а вторую половину – в другую сторону.

- A1^{0.70} Запишите выражение для полезной мощности двигателя. Выразите ответ через $Q_1, Q_2, \gamma, D, \tau$.
- A2^{0.30} Найдите оптимальную продолжительность цикла τ , при которой мощность будет максимальной.
- A3^{0.30} Найдите выражение для КПД (отношения полезной работы к подведенному количеству теплоты) в случае работы двигателя при оптимальной продолжительности цикла.
- A4^{0.20} Пусть Q_1, Q_2 такие же, как если бы двигатель работал по идеальному циклу Карно. Выразите КПД рассматриваемого цикла через КПД такого цикла Карно η_c .

Часть В. Двигатель с учетом конечной теплопроводности (5.5 балла)

Пусть температуры нагревателя и холодильника тепловой машины T_1, T_2 соответственно. Рабочее тело представляет собой ν молей идеального одноатомного газа. По аналогии с циклом Карно процесс состоит из двух изотерм с температурами T'_1 и T'_2 , причем $T_1 > T'_1 > T'_2 > T_2$, соединенных двумя адиабатами. Во всей части В температуры T_1 и T_2 считаются постоянными. Мощность теплопередачи будем считать пропорциональной разности температур

$$P_1 = \alpha_1 \Delta T_1 = \alpha_1 (T_1 - T'_1), \quad P_2 = \alpha_2 \Delta T_2 = \alpha_2 (T'_2 - T_2).$$

На изотерме с температурой T'_1 к газу подводится количество тепла Q_1 , а его объем увеличивается от V_1 до V_2 , на изотерме с температурой T'_2 отводится количество тепла Q_2 .

- B1^{0.80} Определите количества теплоты Q_1 и Q_2 , выразите ответ через $\nu, R, T'_1, T'_2, V_1, V_2$.
- B2^{0.40} Выразите время цикла t_c через $Q_1, Q_2, \alpha_1, \alpha_2, \Delta T_1, \Delta T_2$. Временем, которое занимают адиабатические процессы, можно пренебречь.
- B3^{0.40} Выразите полезную мощность цикла P через $T_1, T_2, \Delta T_1, \Delta T_2, \alpha_1, \alpha_2$.

В последующих пунктах мы определим значения разностей температур, при которых полезная мощность максимальна. Для этого мы будем изменять разности температур ΔT_1 и ΔT_2 . В максимуме соответствующее изменение мощности должно быть равно нулю в первом порядке малости.

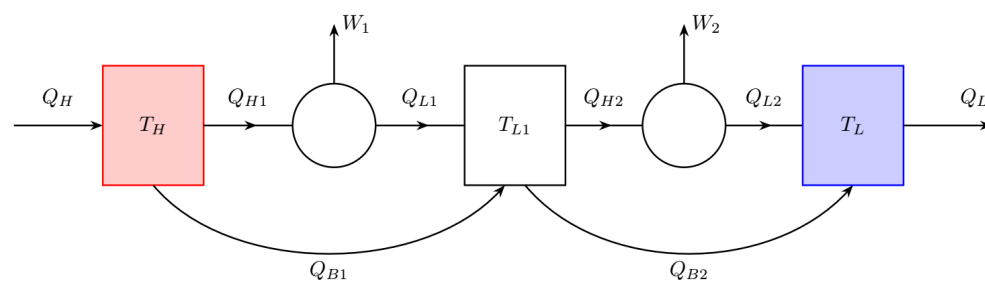
- B4^{0.40} Будем рассматривать только циклы, продолжающиеся фиксированное время t_c . Найдите следующее отсюда соотношение между приращениями $d\Delta T_1$ и $d\Delta T_2$. Выразите ответ через $T_1, T_2, \alpha_1, \alpha_2, \Delta T_1, \Delta T_2$.
- B5^{0.50} Пусть продолжительность цикла t_c фиксирована. Найдите отношение $\Delta T_1 / \Delta T_2$, при котором мощность P максимальна.
- B6^{0.80} Продифференцируйте мощность по ΔT_1 . Покажите, что условие равенства нулю этой производной можно записать в виде

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = h \frac{P}{\Delta T_1 \Delta T_2},$$

где h – некоторая величина, не зависящая от ΔT_1 и ΔT_2 . Получите выражение для h .

- B7^{1.20} Используя результаты предыдущих двух пунктов, определите значения $\Delta T_1, \Delta T_2$, при которых мощность максимальна. То, что найденные значения соответствуют именно максимуму доказывать не требуется. Выразите ответ через $T_1, T_2, \alpha_1, \alpha_2$. Вы можете существенно упростить вычисления, если будете считать, что соотношения между ΔT_1 и ΔT_2 , полученное в предыдущем пункте, выполняется.
- B8^{0.70} Найдите значение максимальной мощности P и кпд η цикла при оптимальных значениях $\Delta T_1, \Delta T_2$. Выразите ответ через $T_1, T_2, \alpha_1, \alpha_2$.
- B9^{0.30} Типичная температура нагревателя тепловой электростанции 560°C , холодильника 25°C . Вычислите для этих температур кпд цикла Карно и кпд найденный в предыдущем пункте. Какое из этих значений лучше описывает измеренное значение $\eta = 0.36$?

Часть С. Пара двигателей с утечкой (3 балла)



Из-за неидеальной термоизоляции тепловой машины может получиться так, что часть подведенного к ней тепла не передается рабочему телу, а непосредственно перетекает от нагревателю к холодильнику. Чтобы исследовать роль таких внутренних утечек тепла, рассмотрим тепловую машину, которая представляет собой цепочку из двух двигателей. При этом холодильник первого двигателя является нагревателем второго. Оба двигателя могут совершать полезную работу. Кроме того, часть тепла передается непосредственно от нагревателя двигателя к холодильнику.

Введем следующие обозначения

- Q_{Hi} – количество тепла, попавшее на рабочее тело i -й тепловой машины
- Q_{Li} – количество тепла, которое рабочее тело i -й тепловой машины отдало ее холодильнику
- η_i – КПД i -й машины
- Q_{Bi} – количество тепла, которое в i -й машине непосредственно перешло от нагревателя к холодильнику
- T_H – температура первого нагревателя
- T_{L1} – температура первого холодильника (он же нагреватель второй машины)
- T_L – температура второго холодильника

Первый двигатель получает от нагревателя некоторое количество теплоты Q_H , которое частично передается рабочему телу, а частично передается непосредственно холодильникам первой и второй тепловой машин за счет утечек. Будем считать, что величины утечек пропорциональны разностям температур соответствующих нагревателя и холодильника, а также подведенному к первому нагревателю теплу:

$$Q_{B1} = N_1 Q_H = K_1 (T_H - T_{L1}) Q_H, \quad Q_{B2} = N_2 Q_H = K_2 (T_{L1} - T_L) Q_H$$

- C1^{0.80}

Выразите коэффициент полезного действия η тепловой машины через коэффициенты полезного действия ее частей η_1, η_2 (они определяются как отношения полезных работ к количествам теплоты, поданных на рабочее тело соответствующей машины), а также через коэффициенты N_1, N_2 .
- C2^{0.90}

Выразите η через температуры T_H, T_L, T_{L1} и коэффициенты K_1, K_2 . Считайте, что отдельные циклы тепловых двигателей — это циклы Карно.
- C3^{0.40}

При $T_L/T_H = 0.5, K_1 T_H = 0.3, K_2 T_H = 0.2$ постройте график зависимости КПД от отношения T_{L1}/T_H .
- C4^{0.90}

Найдите температуру промежуточного холодильника T_{L1} , при котором найденный КПД максимален. Для случая $K_1 = K_2$ приведите выражение для максимального КПД.